UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS, LETRAS E ARTES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO

ENSINO DE FRAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL I: UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

DANIELE MARIA BORDINI FECCHIO

MARINGÁ
2020

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS, LETRAS E ARTES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO

O ENSINO DE FRAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL I: UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Dissertação apresentada por DANIELE MARIA BORDINI FECCHIO ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Maringá, como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestra em Educação.
Área de Concentração: EDUCAÇÃO.

Orientadora:
Prof.ª. Dr.ª: NERLI NONATO RIBEIRO MORI

MARINGÁ

2020

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

Fecchio, Daniele Maria Bordini

F291e

O ensino de fração no Ensino Fundamental I : uma intervenção pedagógica / Daniele Maria Bordini Fecchio. -- Maringá, PR, 2020.
218 f.: il. color., figs.

Orientadora: Profa. Dra. Nerli Nonato Ribeiro Mori.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Humanas, Letras e Artes, Departamento de Teoria e Prática da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2020.

1. Educação básica. 2. Ensino da matemática - Ensino fundamental. 3. História da matemática. 4. Intervenção pedagógica. I. Mori, Nerli Nonato Ribeiro, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Humanas, Letras e Artes. Departamento de Teoria e Prática da Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação. III. Título.

CDD 23.ed. 372.7

Márcia Regina Paiva de Brito - CRB-9/1267

DANIELE MARIA BORDINI FECCHIO

O ENSINO DE FRAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL I: UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

BANCA EXAMINADORA

Prof.ª. Dr.ª Nerli Nonato Ribeiro Mori (Orientadora) – UEM
Prof.ª. Dr.ª Elsa Midori Shimazaki – UEM
Prof.ª. Dr.ª Lúcia Virginia Mamcasz Viginheski – UTFPR
Prof.ª. Dr.ª Cristina Cerezuela – Egressa do PPE
Prof.ª. Dr.ª Luciana Figueiredo Lacanallo Arrais – UEM

Maringá, 04 de maio de 2020.

Dedico este trabalho a todos que amo, em especial, meu filho, Pedro, ao meu esposo, Julio, aos meus pais, Domingos e Ladir.

AGRADECIMENTOS

Neste momento, em que me torno Mestra em Educação pela Universidade Estadual de Maringá, primeiramente, quero agradecer a Deus que me deu força física, espiritual e mental para a realização desse projeto pessoal e profissional. Também desejo agradecer aos Santos e Anjos que intercederam por mim nessa caminhada.

À minha orientadora, Prof.ª Dr.ª. Nerli Nonato Ribeiro, que se mostrou um ser humano extremamente competente e dedicada às atividades da docência no ensino superior e na pós-graduação, sempre disposta a sanar minhas dúvidas em relação aos aspectos teóricos e aos aspectos práticos, sugeriu várias leituras que poderiam contribuir para a realização da dissertação e também apontou os caminhos que eu poderia trilhar como pesquisadora na área da Educação. Em resumo, a professora Nerli foi uma verdadeira companheira de trabalho. Minha identificação com essa pessoa maravilhosa se desenvolveu longo em nossos primeiros encontros e tenho certeza de que essa parceria continuará em outros momentos da minha vida acadêmica.

Agradeço à minha família. Meu amado esposo, Júlio, que me acompanhou durante os anos de mestrado, ouvindo minhas angústias e aflições, abraçando-me naqueles momentos em que imaginava que as coisas não dariam certo. Júlio também contribuiu com opiniões, com correções, com orientações tecnológicas, etc. Agradeço a meu amado filho, Pedro, um adolescente extremamente dedicado aos estudos e que já tem um projeto profissional mesmo tão jovem. Meu filho foi/é um grande companheiro, sempre me acalmou com seus abraços consoladores em momentos de aflição, sendo a fonte dos meus risos e ensinando-me constantemente que a dedicação aos estudos é compensatória ao sucesso acadêmico.

À professora Dra. Elsa Midori Shimazaki, a qual nutro uma imensa admiração, agradeço pelas sugestões de leitura na área da Matemática com base na Teoria Histórico-cultural, pois com sua sabedoria, colaborou para o desenvolvimento desta dissertação;

À professora Dra. Lúcia Virginia Mamcasz Viginheski que, no processo de escrita da dissertação, não só indicou várias obras que forneceriam subsídios à pesquisa, mas também fez observações significativas na qualificação, buscando apresentar contribuições na área da Matemática com base na Teoria Histórico-cultural;

À professora Dra. Cristina Cerezuela, que sempre foi muito prestativa, auxiliando-me em diferentes situações como, por exemplo, a formatação da dissertação para a qualificação. Também sempre me ajudava com minhas inúmeras inquietações no processo de escrita do trabalho, independentemente, de serem dúvidas teóricas ou não;

Aos queridos amigos do programa de pós-graduação em Educação da Universidade Estadual de Maringá, que foram fundamentais com o apoio pessoal e intelectual e principalmente para Joicemara Silveira, a qual se tornou uma amiga;

À minha querida amiga, Vanize Aparecida Misael de Andrade Vieira, que me auxiliou com correções, críticas e inúmeras sugestões durante todo o processo de mestrado;

À Secretaria Municipal de Educação de Cianorte (SEEC) pela autorização concedida para a continuidade dos estudos e realização desta pesquisa;

À equipe diretiva, a equipe pedagógica, a professora, Edileuza Reis, e aos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental do período vespertino do ano de 2018 da Escola Municipal Jorge Moreira da Silva – Ensino Fundamental pela oportunidade concedida e pelos momentos mágicos vivenciados em todo o processo da intervenção pedagógica;

À equipe diretiva e equipe pedagógica do Colégio Estadual Igléa Grollmann – Ensino Fundamental e Médio pelo apoio e incentivo para o meu desenvolvimento intelectual e profissional;

Aos meus alunos, razão da minha esperança na Educação e inspiração para a constante busca por conhecimento, necessárias para uma prática pedagógica com mais qualidade;

Agradeço a todos que de forma direta ou indireta contribuíram significativamente para o desenvolvimento de todo esse sonho.

Obrigada.

FECCHIO, Daniele Maria Bordini. **O ENSINO DE FRAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL I: UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA.** 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá. Orientadora: Nerli Nonato Ribeiro Mori, 2020.

RESUMO

Durante a vida escolar muitos estudantes apresentam defasagens na aprendizagem, em especial, no que diz respeito aos conceitos matemáticos necessários à apropriação de novos conhecimentos. Esta pesquisa foi realizada com o objetivo de investigar qual o conceito matemático de maior dificuldade para alunos do 5° ano do Ensino Fundamental e como uma intervenção pedagógica pautada em pressupostos da Teoria Histórico-cultural poderia contribuir para a aquisição desse conceito pelos alunos. Desenvolvida em uma escola pública da rede municipal de uma cidade da região noroeste do Paraná, a partir de uma entrevista semi-estruturada realizada com a professora regente da turma, no qual o resultado indicado foi o conteúdo de fração, optou-se por uma sondagem diagnóstica com os alunos e confirmou-se o dado inicial levantado. Pautada nos dados colhidos, a intervenção pedagógica foi organizada e desenvolvida com 25 alunos, no período no período de outubro a dezembro de 2018, totalizando 22 horas, distribuídas em 11 encontros de duas horas cada. A metodologia escolhida foi pesquisa de campo do tipo intervenção pedagógica, com procedimento bibliográfico e com abordagem mista (qualitativa e quantitativa). Os resultados alcançados indicam a importância de conteúdos anteriores ao ensino de fração, que estão pautados em uma prática pedagógica organizada e sistematizada, relacionando-se as diferentes situações da vida do estudante com a teoria. Para compreender a efetividade do trabalho realizado, comparou-se a situação inicial e final dos alunos e as relacionou com as unidades temáticas delimitadas para esta pesquisa, em que se optou por analisar o conteúdo matemático que os alunos apresentaram mais dificuldades, recursos didáticos utilizados para aferir a confirmação ou não da dificuldade apontada e conhecimentos prévios relacionados à aprendizagem de fração. Os resultados alcançados nas atividades pós-intervenção e comparação com a verificação inicial confirmam que os participantes do grupo de pesquisa se apropriaram do conceito fração, resolvendo as situações-problema e aplicando os conhecimentos acerca da temática em diferentes situações.

Palavras-chave: Educação Básica. Conceitos Matemáticos. Fração. Intervenção Pedagógica.

FECCHIO, Daniele Maria Bordini. **THE TEACHING OF FRACTION IN ELEMENTARY SCHOOL I: A PEDAGOGICAL INTERVENTION**. 218 f. Thesis (Master's in Education) – State University of Maringá. Advisor: Nerli Nonato Ribeiro Mori, 2020.

ABSTRACT

During school life many students have lags in learning, especially with regard to mathematical concepts necessary for the appropriation of new knowledge. This research was carried out with the objective of investigating which mathematical concept of greatest difficulty for students in the 5th grade of elementary school and how a pedagogical intervention based on assumptions of the Historical-cultural Theory could contribute to the acquisition of this concept by the students. Developed in a public school of the municipal network of a city in the northwest region of Paraná, from a semi-structured interview conducted with the teacher regent of the class, in which the result indicated was the fraction content, we opted for a diagnostic survey with the students and confirmed the initial data raised. Based on the data collected, the pedagogical intervention was organized and developed with 25 students, in the period from October to December 2018, totaling 22 hours, distributed in 11 meetings of two hours each. The methodology chosen was field research of the pedagogical intervention type, with bibliographic procedure and with mixed approach (qualitative and quantitative). The results obtained indicate the importance of contents prior to fraction teaching, which are based on an organized and systematized pedagogical practice, relating the different situations of the student's life with theory. To understand the effectiveness of the work performed, we compared the initial and final situation of the students and related them to the thematic units delimited for this research, in which we chose to analyze the mathematical content that the students presented more difficulties, didactic resources used to assess the confirmation or not of the difficulty pointed out and previous knowledge related to fraction learning. The results achieved in the post-intervention activities and comparison with the initial verification confirm that the participants of the research group appropriated the fraction concept, solving the problem situations and applying knowledge about the theme in different situations.

Keywords: Basic Education. Mathematical Concepts. Fraction. Pedagogical Intervention.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SIGLAS

ANA	Avaliação Nacional da Alfabetização
Aneb	Avaliação Nacional da Educação Básica
BOA	Base Orientadora da Ação
CNE	Conselho Nacional de Educação
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino de Matemática
GEEMPA	Grupo de Estudos, Metodologia e Ação
GEPEM	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
NEPEM	Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PNE	Plano Nacional de Educação
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SBPC	Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência
THC	Teoria Histórico-Cultural
UEM	Universidade Estadual de Maringá

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Em documentos arqueológicos encontram-se registros que, desde as sociedades mais primitivas, a matemática está presente na vida do ser humano, inicialmente em reconhecer mais e menos, depois no processo do contar e no conceito de número. Foi elaborada ao longo dos anos, atrelada ao entendimento coerente e pensativo com situações corriqueiras que sistematizaram conceitos de grandeza, forma e número. Organizada em teorias válidas e utilizadas atualmente, como por exemplo, o Sistema de Numeração Indo-Arábica, o zero, a trigonometria, geometria entre outras, conceitos matemáticos são aplicados para a realização das mais diversas atividades da vida diária e está presente em diferentes campos de atuação como a Língua Portuguesa, a Química, a Física, a Biologia, a Economia, a Contabilidade, as Finanças entre outras, enfim, nas mais diversas áreas do conhecimento.

A ciência matemática, assim como outras ciências, está em constante desenvolvimento, medida por estudos e avanços, ela se transforma diante das necessidades do homem. Constitui uma ferramenta de relevância social e espera-se que a partir desses conhecimentos, o ser humano consiga resolver situações simples com a contextualização e aplicação do conhecimento matemático no meio no qual está inserido e, essa relação só será possível, se o ensino fizer sentido ao sujeito e o conhecimento ensinado estiver relacionado.

Nas sociedades Pré-históricas, como a partir da Idade da Pedra a matemática facilita a vida do homem, com o seu uso prático e eficiente em diferentes situações até aquelas que exigem maior grau de abstração, percebidos em registros arqueológicos, como calendários pictográficos de tribos primitivas. Entre muitas situações da vida diária, o uso da matemática ultrapassa o simples utilizar do relógio como instrumento de medida de tempo, para a hora do levantar-se ou deitar-se, relacionar número e quantidade, fazer uso do sistema monetário, adquirir um objeto e decidir a melhor forma de pagamento ou separar a quantidade correta de ingredientes de uma receita culinária.

Ao longo da história e do desenvolvimento do homem, o processo de ensino e do aprendizado da matemática foi e, ainda, é visto como um desafio. Na história da educação brasileira, a matemática é considerada como uma das disciplinas escolares mais difíceis no processo de ensino, como mostram os documentos oficiais que acompanham o desempenho dos estudantes brasileiros. Neste sentido, resultados das avaliações externas como a Avaliação Nacional da alfabetização, Prova Brasil e Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, realizadas nos últimos anos, apresentam desempenho abaixo do esperado para essa área do conhecimento e os resultados de algumas pesquisas geram preocupação com o processo de ensino e de aprendizagem da matemática.

Diante do exposto, com o índice de 41,0% dos estudantes brasileiros avaliados no PISA 2018 estão abaixo do nível 1, em que a OCDE não especifica dentre as habilidades desenvolvidas nem para responder a questões relevantes presentes em contextos familiares ou que quase sempre, óbvias e que decorrem de estímulos dados. Como pesquisadora e professora da disciplina de Matemática da rede estadual de ensino, formada em Ciências com habilitação em Matemática, atuante desde 2005, no ensino público, na disciplina de Matemática, anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, percebi a necessidade de buscar as causas que podem interferir no processo de apropriação de conceitos que fundamentam o processo de ensino e aprendizagem para a disciplina de matemática. Diante dessa realidade, frente à constante preocupação com processo de ensino e aprendizagem da Matemática na educação básica, principalmente, dos alunos da escola pública, foi realizada esta pesquisa que possibilitará a busca para as possíveis respostas às dificuldades ou a não apropriação de conceitos matemáticos no processo de ensino no último ano do Ensino Fundamental dos anos iniciais.

A princípio esta pesquisa foi realizada com o objetivo de investigar qual o conceito matemático de maior dificuldade para alunos do 5° ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública municipal. No entanto, a partir da informação dada pela professora regente por meio de uma entrevista semiestruturada de qual conceito tais alunos apresentavam dificuldades na aprendizagem, o processo investigativo buscou responder o seguinte questionamento: que forma os alunos poderiam se apropriar do conceito informado pela professora regente, por meio de intervenção pedagógica pautada em pressupostos da Teoria Histórico-cultural? Assim, a necessidade de compreender o processo de ensino e aprendizagem, bem como dificuldades de conceituação inerentes ao desenvolvimento de conceitos matemáticos constitui o tema central da pesquisa. Desta forma, a pesquisa está fundamentada nos pressupostos da THC e, em especial, na formação de conceitos matemáticos, visto que esses referenciais forneceram subsídios para a reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem, atrelado a um processo intencional, que necessita de planejamento e de intervenção pedagógica premeditada e consciente à aprendizagem do sujeito, bem como os documentos que regulamentam os conteúdos da educação básica no Brasil, previsto para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Ao se iniciar a pesquisa sobre qual o conceito em que os alunos do 5º ano apresentavam maiores dificuldades para a apropriação, tornou-se necessário investigar os conteúdos elencados para ano escolar pesquisado. Nessa perspectiva, a equipe pedagógica da instituição escolar oportunizou o documento com os conteúdos contemplados para o referido ano escolar. Apresentamos um quadro que sintetiza os conteúdos matemáticos previstos, dividido em conteúdos estruturantes e específicos (ANEXO A).

A metodologia que melhor atendeu a esta pesquisa foi pesquisa de campo do tipo intervenção pedagógica, com procedimento bibliográfico e com abordagem qualitativa relacionada ao processo de ensino ao se considerar a forma que os alunos se apropriam do conceito de fração e quantitativa voltada aos resultados obtidos na análise das tarefas desenvolvidas.

Com a análise dos conteúdos previstos para o 5º ano e o conteúdo fração indicado pela professora, delimitamos uma intervenção pedagógica associada com os eixos números, as medidas e a geometria ao se considerar a necessidade de buscar uma forma para que os alunos se apropriem desse conceito.

Dividido em seções, esta pesquisa (re)pensa o ensino da fração na história na história do ensino da matemática no Brasil, considera a formação de conceitos no desenvolvimento e o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

Na Introdução apresentamos a matemática como uma Ciência valiosa para o entendimento e o desenvolvimento da sociedade, além de sua relevância para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos da educação básica. Destacamos a fundamentação teórica norteadora para a pesquisa e a metodologia escolhida.

Na segunda seção, “A história da fração: uma invenção humana”, traçamos um panorama histórico sobre o ensino da matemática no Brasil, voltado para o ensino da fração, verificamos os conteúdos previstos para o ensino da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Na terceira seção “As contribuições da THC na formação de conceitos matemáticos”, iniciamos com a explanação sobre a gênese dos conceitos no desenvolvimento da criança, o processo de formação de conceitos, o ensino da matemática e a formação dos conceitos matemáticos.

Na quarta seção, “Intervenção pedagógica para o ensino de fração”, apresentamos o trabalho desenvolvido em uma escola regular da rede municipal de ensino compartilhada com um colégio da rede estadual de ensino, no período de outubro a dezembro de 2018, totalizando vinte e duas horas, distribuídos em onze encontros de duas horas cada. Descrevemos os dados obtidos com a entrevista semiestruturada, que discute a dificuldade apontada pela professora regente, organizamos uma sondagem diagnóstica para aferir a dificuldade apontada pela professora regente e conceitos matemáticos relacionados ao conteúdo. Comparamos os dados obtidos na entrevista semiestruturada e os dados da avaliação diagnóstica inicial e, finalizamos esta seção com a análise dos materiais utilizados voltados aos conhecimentos apropriados e as dificuldades dos alunos no processo de compreensão do trabalho realizado e verificamos a apropriação do conceito de fração na situação inicial e final.

As unidades de ensino das intervenções pedagógicas foram elaboradas e planejadas para que outros professores possam aplicá-las, em contextos com condições socioeconômicas precárias, sem gastos excessivos à aquisição de diferentes materiais. Nessa abordagem, cabe ressaltar que valorizamos o registro escrito, a oralidade, a utilização de materiais manipuláveis, vinculados às situações do cotidiano do estudante e as atividades que atendessem alunos com dificuldades de aprendizagem e/ou necessidades educacionais especiais.

Para finalizar este estudo, retomamos a fundamentação teórica com ênfase na formação dos conceitos matemáticos e analisamos a coerência das unidades temáticas: o conteúdo matemático que os alunos apresentam mais dificuldades, a análise dos recursos didáticos utilizados para aferir a confirmação ou não da dificuldade apontada e conhecimentos prévios relacionados ao processo de ensino e aprendizagem da fração.

Contudo, esta pesquisa contribui para a ampliação das discussões existentes sobre o processo de ensino e aprendizagem relacionado ao conteúdo de fração e a organização do ensino, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, que é extremamente necessária para a apropriação de conceitos previstos no ensino para os anos escolares posteriores.

2 A HISTÓRIA DA FRAÇÃO

No período contemporâneo, a fração é definida como uma divisão de dois números e pode ser representada de diferentes formas. Esse número utilizado na divisão pode ser definido, “[...] como um número fracionário como o cociente de dois números naturais, de modo que o divisor seja diferente de zero, isto é, um número fracionário é qualquer número que pode ter o nome $\frac{a}{b}$, em que a e b são números naturais e $b \neq 0$” (D’Augustine, 1994, p. 146). Dessa forma, a fração pode ser definida como o símbolo ou o nome para o número fracionário e pode ter a forma $\frac{a}{b}$, na qual a e b designam números naturais. Na escrita matemática, dois números naturais a e b, com $b \neq 0$, quando escritos na forma $\frac{a}{b}$ expressam uma fração, em que o número b, é chamado denominador, indica em quantas partes iguais uma unidade foi dividida e é escrito embaixo do traço indicativo da fração, já o número a - chamado numerador - indica quantas partes da unidade foram consideradas, é escrito acima do traço indicativo de fração. O numerador e o denominador são os termos de uma fração e lê-se: a sobre b.

Para D’Augustine (1994, p. 146) “[...] a ideia de números fracionários é um conceito sofisticado, que requer da criança mais maturidade e maior base matemática do que o conceito de número natural”.

Convém destacar que nas palavras de palavras de Vasconcelos e Belfort (2006) para o ensino das frações, este tema não se limita, “[...] a aplicação de fórmulas e regras, sem que os alunos entendam muito bem o que estão fazendo”. Portanto, considera as seguintes ideias para este conteúdo: fração como parte de uma unidade, ou seja, a ideia mais usual, onde uma unidade foi dividida em partes iguais; a representação na reta numérica, em que os pontos da reta, trata de uma unidade em partes iguais; a fração como parte de um conjunto, onde se associa as frações a subconjuntos de um conjunto; frações como quociente de divisão de um número por outro (o numerador será dividido pelo denominador) e fração como medida de comparação entre duas grandezas, assim uma fração é o quociente (resultado) da comparação (divisão) de uma grandeza (numerador) por oura (denominador). Nunes et al. (2003) abordam os conceitos de frações sob a ótica de cinco significados: número, relação, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo.

Com base nesta ideia, Brandão e Ribeiro (2016) complementa "[...] a fração é o que é e não pode existir de outro modo senão como a ligação entre parte e todo tomado com referencial" e que a fração na história da humanidade, "[...] sempre esteve presente e de modo mutável, uma fez que se trata de um objeto ideal bem construído" (BRANDÃO; RIBEIRO, 2016, p. 3).

Contudo, a aprendizagem deste conceito merece atenção por parte de professores e pesquisadores em Educação Matemática. Diante deste fato, segundo Schastai, Farias e Silva (2017),

> [...] as dificuldades encontradas pelos alunos em relação ao conteúdo de frações não são apenas de aprendizagem, mas também do método de ensino. Esse fato contribui para que as dificuldades de compreensão dos alunos agravem-se à medida que avançam no processo de escolarização (SCHASTAI; FARIAS; SILVA, 2017, p. 21).

Para Ifrah (1992),

> O ensino das frações em muitas situações é muito frustrante. Mesmo sendo inventada há muitos anos, espera-se que os estudantes compreendam o seu conceito e a sua aplicação em diferentes contextos assim como o uso dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 nos parece em geral tão evidente que chegamos quase a considerá-lo como uma aptidão inata do ser humano, como algo que lhe aconteceria do mesmo modo que andar ou falar (IFRAH, 1992, p. 9).

Ao longo do desenvolvimento do homem, os avanços, as dificuldades e as necessidades vivenciadas por algumas sociedades contribuíram para a evolução da matemática.

> [...] marcada por necessidades e preocupações de grupos sociais é uma história anônima, mesmo diante da importância das suas invenções para a humanidade. Uma invenção, uma descoberta só se desenvolve se vem atender à necessidade social de uma civilização [...] (IFRAH, 1992, p. 12).

O processo de desenvolvimento das sociedades possibilitou que os símbolos matemáticos sofressem mudanças como forma de facilitar a compreensão do ser humano diante das dificuldades e das necessidades do contexto histórico. Com o desenvolvimento do cálculo e da aritmética, os conceitos de sequência numérica, adição, subtração, multiplicação e divisão fizeram parte do desenvolvimento do ser humano, assim como o conceito de fração. “A matemática se desenvolveu, e continua a se desenvolver, a partir de problemas” (ROQUE, 2012, p. 32).

Embora a história deva ser pensada como um todo, para facilitar a exposição é conveniente uma periodização e, neste sentido, na história da matemática ocidental, D’ambrósio propõe os seguintes períodos: “1. A Pré-história; 2. Antiguidade Mediterrânea; 3. Grécia e Roma; 4. A Idade Média e o Islão; 6. Os descobrimentos e o Renascimento; 6. Colônias, impérios e a industrialização; 7. O século XX” (D’AMBRÓSIO, 2017, p. 31).

Diante do exposto, o prestígio pelo ensino da matemática existiu nas mais diversas regiões do planeta, em diferentes períodos históricos, além disso, o ensino dos conhecimentos matemáticos presentes nas diversas nacionalidades, e, não menos relevante no Brasil, os avanços educacionais se encontram em constantes modificações. Diante desse contexto, algumas inquietações que norteiam o ensino da matemática e, em especial, o ensino da fração como conteúdo curricular, são apresentadas a seguir.

O conceito de fração surgiu na antiguidade, porém quando se refere ao ensino e aprendizagem desse conceito no Ensino Fundamental, torna-se essencial conhecer a história do número e, consequentemente, conhecer fração.

Inventado no período da pré-história, o número e seu uso acompanha a história do homem, desde as primeiras tentativas de organizar e resolver situações corriqueiras. Boyer e Merzbach (1974, p. 4) mencionam que “[...] o conceito de número inteiro é o mais antigo na matemática e sua origem se perde nas névoas da antiguidade pré-histórica”. Para Ifrah (1992), nesse período, os homens viviam em comunidades reduzidas e a subsistência vinha dos produtos da natureza, a comunicação entre as diferentes sociedades era pouca e, com o desenvolvimento do artesanato e da cultura, a repartição desigual dos produtos naturais dessas comunidades houve a necessidade da troca de produtos.

Diante dessa nova realidade, o aumento da comunicação entre esses grupos, o escambo, a importância dada às transações comerciais e outros processos, surgiu a necessidade de um sistema de numeração padronizado. Contudo, frente às necessidades da vida diária, ao longo da história, os números foram essenciais para o desenvolvimento da civilização e sua aplicação contribuiu para o desenvolvimento de várias sociedades.

Os primeiros testemunhos arqueológicos datam 35.000 a.C. a 20.000 a.C. à contagem com entalhe em ossos e madeiras (IFRAH, 1992, p. 104). Para Roque (2012), nos poucos fragmentos e escassos registros disponíveis, o uso do número estava atrelado à necessidade de subsistência e ao controle e contagem de grãos e rebanho. A associação de um animal a uma pedra e, posteriormente, a substituição das pedras por uma marcação em ossos ou argila, as primeiras sociedades avançaram para o controle da produção agrícola, trocas e melhores condições de sobrevivência. Boyer e Merzbach (1974, p. 9) comentam que os homens da Idade da Pedra não usavam notações para as frações, porém com a influência das culturas mais avançadas, datada na Idade do Bronze parece ter surgido a necessidade do conceito de fração e a notação para frações.

Dentre as civilizações antigas, no ano 4.000 a. C., na Baixa Mesopotâmia, um sistema de escrita matemático foi inventado para registrar e controlar quantidades de insumos e rebanhos relacionadas à sobrevivência e à organização da sociedade. Em registros que datam 1.700 a. C., a matemática parecia bastante desenvolvida e o sistema sexagesimal (base sessenta) era usado nos textos matemáticos (ROQUE, 2012).

Contribuições dos babilônios, dos chineses e dos maias foram inestimáveis e uma das mais significativas foi a criação do zero. Babilônios (início do V milênio a. C.), chineses (início da era cristã) e maias (século III e IV d.C.), porém foi com os hindus (datada no máximo do século V d.C.) com o sistema posicional, os algarismos de 1 a 9, representando as unidades e o símbolo do zero que a matemática ultrapassou fronteiras e esses conhecimentos alcançaram as regiões mais distantes (IFRAH, 1992, p. 262-270).

A associação de objetos versus produção e controle do rebanho, o entalhe em ossos e madeira, o uso dos dedos e de nós em cordas para contar, o registro em tábuas, a criação do ábaco, a invenção do sistema posicional, dos símbolos para cada algarismo e em especial para o do zero, entre tantas outras conquistas matemáticas contribuiu para que o simples fato do contar objetos e relacioná-los a uma quantidade fez com que o homem utilizasse os números naturais. Com o passar dos anos, o uso dos números naturais passou a ser insuficiente para determinadas atividades e, para isso, surge o número racional. Diante dessa realidade, um novo sistema de representação se fez necessário, criando, então, os símbolos que representavam partes de um número inteiro: a fração.

Com o desenvolvimento das sociedades e dos avanços científicos, a fração ao longo da história também sofreu mudanças. “[...] conhecidas na antiguidade, mas na falta de numerações bem constituídas, suas notações foram durante muito tempo mal fixadas, não homogêneas e inadaptadas às aplicações práticas” (IFRAH, 1992, p. 326).

A fração e seus principais símbolos sofreram ao longo dos anos adaptações em diferentes momentos históricos. Nessa perspectiva, para compreender as mudanças do pensamento para esse sistema de numeração, sintetiza-se um breve histórico das mudanças de registro de fração ao longo do desenvolvimento das sociedades até a que se utiliza no momento atual.

No ano 3.000 a.C., no Antigo Egito, a civilização egípcia concebeu um sistema de numeração decimal com a finalidade de quantificar e organizar as necessidades administrativas da sociedade. Pinturas funerárias datadas de 2.800 a 2.300 a. C. demonstram o uso dos dedos para calcular (IFRAH, 1992, p. 88). Essa civilização possuía dois tipos de escrita, a escrita hierática e a escrita demótica (CAJORI, 2007, p. 37). Nas “[...] inscrições hieroglíficas egípcias têm uma notação especial para frações unitárias, isto é, com denominador um”. (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 31). Eves (2004, p. 69-70) comenta que o papiro Rhind (ou Ahmes) é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga, datada aproximadamente de 1650 a. C., descreve os métodos de multiplicação e divisão, o uso das frações unitárias e o seu emprego da regra falsa de posição, entre outras informações matemáticas. No Papiro de Ahmes “[...] os egípcios registraram a fração racional própria geral da forma m/n não como uma ‘coisa’ elementar, mas como parte de um processo incompleto” (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 31).

Segundo D’Ambrósio (2017, p. 32), essa civilização floresceu há cerca de 5.000 anos, era organizada e subordinada a uma ordem hierárquica encabeçada por um faraó, sua sustentação tinha base na agricultura com cultivo nas margens do Nilo. A distribuição de recursos e a repartição das terras férteis deram origem às frações.

Boyer e Merzbach (2012, p. 31) comentam que os egípcios tinham familiaridade com grandes números desde os tempos remotos, "[...] a escrita hierática foi substituída pela introdução de sinais especiais ou cifras para representar dígitos e múltiplos de dez" e registros no Papiro de Rhind, introduzido há cerca de 4.000 a.C. o início da ciferização representa importante contribuição à numeração.

Ifrah (1992, p. 159) ressalta que a civilização egípcia por volta de 3.000 a.C. se encontrava muito avançada, fortemente, urbanizada e em plena expansão. Frente às essas necessidades de ordem administrativa e comercial, havia a ideia tanto da escrita quanto da notação gráfica dos números para superar as dificuldades que o contexto exigia.

No período de junho a setembro, com a inundação das terras pelo rio Nilo, as marcações do terreno eram desfeitas pela força da água e os proprietários tinham que remarcá-las. Os geômetras ou estiradores de cordas utilizavam a corda como sistema de medida e como não havia uma padronização sobre as menores partes, os geômetras criaram os números fracionários (SODRÉ, 2010, p. 1).

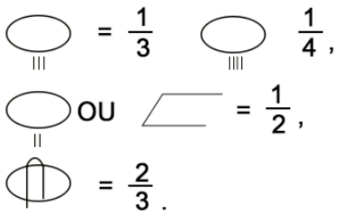
Responsáveis pela sua criação, os egípcios conheciam as frações denominadas "unitárias" (de denominador igual a 1), usaram inicialmente apenas frações da unidade: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$ e, posteriormente, descobriram outras formas de representação e as expressavam por meio das somas de frações, como por exemplo: $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

No sistema egípcio, os números fracionários eram representados com símbolos diferentes dos usados para os inteiros. As frações comuns eram representadas por símbolos próprios, escritos em hierático e hieróglifo, como $1/2$ (fração representada por Cajori (2007, p. 37)) ressalta que no papiro de Ahmes o termo "fração" era usado em um sentido restrito, pois a ele se aplicava o numerador constante igual a um. Nesse documento contém informações que as frações foram um assunto de grandes dificuldades para os antigos, mudanças simultâneas no numerador e denominador eram evitadas, além de registros sobre os métodos de operações trabalhadas pelos egípcios. Eves (2004, p. 73) descreve que:

> [...] as frações unitárias eram indicadas, na notação hieroglífica egípcia, pondo-se um símbolo elíptico sobre o número do denominador. Um símbolo

> especial era usado também para a fração excepcional 2/3 e um outro símbolo às vezes aparecia para ½. Esses símbolos são mostrados a seguir na composição com os números modernos correspondentes.

Diante do exposto, Eves (2004, p. 73) exemplifica os símbolos da seguinte forma:



Para Boyer e Merzbach (2012, p. 40) no período de 4.000 a.C. foi um período de notável progresso cultural, pois contribuiu com o uso da escrita, da roda e dos metais. Compara este período de ascensão cultural com o Egito durante a primeira dinastia, que iniciou pelo fim deste milênio e em especial, destaca que no vale entre os rios Tigres e Eufrates, onde as inundações não eram previsíveis como enchentes do Rio Nilo, os sumérios desenvolveram vastas obras públicas, como sistemas de canais para irrigar a terra e controlar as inundações. Os registros desta civilização datam períodos anteriores à escrita hieróglifa egípcia, realizadas em tábuas de barro e com escrita cuneiforme.

Boyer e Merzbach (2012, p. 40) comentam que as antigas civilizações da Mesopotâmia, mesmo que tal designação não fosse correta, são frequentemente chamadas de babilônicas. Os babilônios utilizavam a base sessenta e foram os primeiros a atribuir às frações uma notação racional, convertendo-as em frações sexagesimais (frações cujo denominador é igual a uma potência de 60) e não chegaram ao uso da “vírgula” para diferenciar os inteiros das frações sexagesimais da unidade. Vale considerar que “[...] o sistema sexagesimal (base 60) foi usado pelos babilônios, sendo ainda empregado na medida do tempo e de ângulos em minutos e segundos” (EVES, 2004, p. 29).

Para Aquino (2013, p. 20), os gregos demoraram a aceitar a ideia de fração e tentaram atribuir uma notação geral às frações ordinárias, já que sua numeração alfabética dificilmente se prestava a essa simbolização, o que os levou a desistir de qualquer tentativa para adotar a notação sexagesimal de origem babilônica em seus cálculos. Responsáveis pela introdução das frações sexagesimais, os gregos contribuíram para o sistema de medidas hoje usado na medida do tempo e dos ângulos.

Boyer e Merzbach (2012, p. 146) destacam no período de aproximadamente 300 a.C. que

> Nenhuma descrição da numeração chinesa seria completa sem uma referência ao uso de frações. Os chineses conheciam as frações comuns, para as quais achavam o mínimo denominador comum. Como em outros contextos, viam analogias com as diferenças entre os sexos, referindo-se ao numerador como ‘filho’ e ao denominador como ‘mãe’. A ênfase sobre yin e yang (opostos, especialmente em sexo) tornava mais fácil seguir as regras para manipular frações.

Boyer e Merzbach (2012, p. 146) descrevem que no século quatorze a.C. os Chineses também utilizavam a base sessenta e aderiram à ideia decimal no tratamento das frações.

Além da numeração decimal de posição, os hindus contribuíram com a notação de frações ordinárias, que são utilizadas atualmente, com o uso de numerador e denominador (IFRAH, 1992, p. 327). A notação criada pelos hindus foi aprimorada pelos árabes e inventaram a barra horizontal. Boyer e Merzbach (2012, p. 181) destacam que “[...] a barra horizontal para frações era usada por Fibonacci (e já era conhecida na Arábia), mas somente no século dezesseis seu uso tornou-se comum”. Em seguida, graças à descoberta das frações denominadas “decimais” (aquelas cujo denominador é uma potência de 10), foi pouco a pouco, transparecendo o interesse em prolongar a numeração decimal de posição no outro sentido, isto é, em termos modernos, a representação dos números “depois da vírgula”. O que permitiu o registro das frações, além de mostrar nitidamente os inteiros como frações particulares, ou seja, aquela cuja representação não comporta nenhum algarismo depois da vírgula.

Cajori (2007) complementa que Simon Stevin de Bruges, na Bélgica, foi o matemático que deu o primeiro tratamento sistemático de frações decimais, além de divisão decimal. Também comentado por Ifrah (1992) ressalta que, no ano de 1582, na Bélgica, Simon Stévin deu o passo decisivo rumo à notação atual, representou os valores posicionais semelhantes com os que se utilizam, como unidades de primeira ordem, unidades de segunda ordem e assim sucessivamente.

Além disso, em 1592, na Suíça, Jost Bürgi simplificou a notação e eliminou a menção da ordem das frações decimais consecutivas, colocando no alto das unidades simples o signo “°”: Como exemplificar Ifrah (1992, p. 382) em:

° 679 567

Porém “[...] historiadores da matemática não estão de acordo sobre que foi o primeiro a introduzir o uso da vírgula ou o ponto decimal. Entre os candidatos para esta honra estão Pellos (1492), Bürgi (1592), Pitisco (1608, 1612), Kepler (1616), Napier (1616, 1617)”. (CAJORI, 2007, p. 214). Para o autor, a honra do uso do ponto ou a vírgula fica cabe a John Napier, pois o exibe tal emprego em seu Raddologia, 1617.

No mesmo ano, na Itália, Magini substituiu esse símbolo (˚) por um ponto colocado entre o algarismo das unidades e das dezenas e essa forma é usada atualmente nos países anglo-saxões.

Aquino (2013) destaca que a partir do século XVI, embora já existissem, as notações de frações com numeradores maiores que o inteiro, essa forma de representação passou a ser valorizada.

Eves (2004, p. 312) comenta que Pietro Antonio Cataldi, matemático e astrônomo, apresentou os primeiros passos na teoria das frações unitárias.

Na transição para o século XVII, na história da matemática, o mais destacado e influente matemático dos Países Baixos no século XVI o francês François Vieté é conhecido principalmente por expor os primeiros registros das frações decimais (EVES, 2004, p. 313). Vieté as utilizou em suas tabelas e computações, além de usar uma barra vertical para separar as partes inteiras e fracionárias, como por exemplo, no número 99.946|458.75 (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 211-212).

No início do século XVII, na Holanda, Wilbord Snellius substituiu o (˚) pela vírgula para separar a parte inteira da parte fracionária e criou o sistema métrico. Cajori (2007) destaca que nesse período, Leonardo de Pisa, também conhecido como Fibonacci, publica o Líber Abaci e que, por séculos, foi considerada uma das fontes bibliográficas da qual os autores extraíram material para trabalhos sobre aritmética e álgebra. Boyer e Merzbach (2012, p. 181) destaca que o livro Liber Abaci foi o mais conhecido de Fibonacci, pouco apreciado nas escolas e apenas no século dezenove foi impresso. Nesse livro, estão quatro dos mais perfeitos métodos de cálculo com inteiros e frações conhecidos na época, assim como também é explicado como escrever uma fração na soma de duas outras unitárias e, foi Leonardo um dos primeiros matemáticos que utilizou o traço horizontal para separar numerador e denominador.

Boyer e Merzbach (2012, p. 183) comentam que o período do Renascimento Europeu que data com a queda de Constantinopla em 1453 e representou o colapso do Império Bizantino, onde refugiados foram para a Itália e levaram manuscritos preciosos de antigos tratados gregos. Além disso, no período do Renascimento, na Alemanha, na primeira metade do século dezesseis entre numerosas álgebras alemãs estava a Coss, escrita em 1525, por Christoph Rudolff, uma das mais antigas obras impressas a usar frações decimais (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 199).

Boyer e Merzbach (2012, p. 181) comenta que no lugar da barra horizontal Augustus De Morgan sugeriu em 1845 o uso da barra inclinada "/".

Cajori (2007) destaca que no século XVII, o matemático John Wallis foi um dos mais originais matemáticos deste período e induziu seu amigo Lord Brouncker a estudar sobre número infinito. Contudo, Brouncker "[...] deu nascimento a teoria das frações contínuas" com a notação usual (CAJORI, 2007, p. 261), embora frações contínuas, crescentes e decrescentes fossem conhecidas pelos gregos e hindus.

Para Cajori (2007, p. 367) "[...] a matemática nunca fora antes tão zelosamente cultivada e com sucesso do que durante o século XIX e XX e nem teve o seu progresso, como nos períodos anteriores, confinado a um ou dois países" e neste sentido comenta que "a França e a Suíça durante épocas precedentes foram o fio condutor do progresso matemático". Contudo, o autor ressalta que o progresso da matemática se deu pela organização de sociedades matemáticas que editavam regularmente periódicos e aos congressos internacionais, com início no século XIX.

Diante desses avanços, na próxima seção comentamos algumas considerações sobre a história do ensino da matemática no Brasil.

2.1 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA NO BRASIL

Considerada uma das disciplinas mais importantes do processo de ensino e aprendizagem, com contribuições para o desenvolvimento da sociedade, o ensino da matemática é objeto de pesquisa de matemáticos e professores.

Na história do Brasil, fatores internos relacionados aos contextos histórico-político-econômico e social, foram determinantes para o desenvolvimento do país e, consequentemente, influenciaram o sistema educacional brasileiro (LOMBARDI, 2008, p. 200). Para D'Ambrósio (2011, p. 7) "[...] a inter-relação de eventos e indivíduos, de fatores políticos, econômicos e ideológicos, que acompanham fatos e personagens da História da Matemática no Brasil", influenciado por encontro de culturas mútuas.

No contexto nacional, o ensino da matemática parte de um conjunto de avaliações e exames nacionais e internacionais coordenados pela Diretoria de Avaliação da Educação Básica (Daeb), e considerada uma das avaliações externas de larga escala, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), tradução de *Programme for International Student Assessment*, coordenado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) e, no Brasil, coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), que é uma autarquia federal vinculada ao Ministério da Educação (MEC). O PISA, criado em 1997 com o objetivo de avaliar os sistemas educacionais básicos de membros da OCDE e economias parceiras convidadas, totalizando, no ano de 2018, a participação de 79 países. Os países membros da OCDE são Alemanha, Austrália, Áustria, Bélgica, Canadá, Chile, Colômbia, Coreia, Dinamarca, Eslováquia (República Eslovaca), Eslovênia, Espanha, Estados Unidos, Estônia, Finlândia, França, Grécia, Holanda, Hungria, Irlanda, Islândia, Israel, Itália, Japão, Letônia, Lituânia, Luxemburgo, México, Noruega, Nova Zelândia, Polônia, Portugal, Reino Unido, República Tcheca, Suécia, Suíça e Turquia. Já os países/economias parceiras são Albânia, Arábia Saudita, Argentina, Azerbaijão (somente a capital Baku), Bielorrússia, Bósnia-Herzegovina, Brasil, Brunei Darassalam, Bulgária, Catar, Cazaquistão, China (províncias Beijing, Shanghai, Jiangsu, e Zhejiang), Costa Rica, Croácia, Emirados Árabes Unidos, Escócia, Filipinas, Geórgia, Hong Kong (China), Indonésia, Jordânia, Kosovo, Macau (China), (República da) Moldávia, Montenegro, Panamá, Peru, República Dominicana, Romênia, Rússia (Federação Russa), Sérvia, Singapura, Tailândia, Taipé Chinesa, Ucrânia, Uruguai e Vietnã (BRASIL, 2019, p. 17). Aplicada a cada três anos, de forma amostral a estudantes na faixa etária dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países. O exame avalia conhecimentos das áreas cognitivas – ciência, leitura e matemática, com interpretação de textos, resolução de problemas matemáticos e explicação de fenômenos científicos.

O documento PISA (BRASIL, 2019, p. 22) apresenta definições e descrições sobre os domínios Letramento em Leitura, Letramento Científico e Letramento Matemático. O Letramento Matemático para a edição de 2018 é definido

> [...] como a capacidade de formular, empregar e interpretar a matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos (BRASIL, 2019, p. 22).

O Brasil participa do PISA, desde 2000, e, no ano de 2018, participaram 10.691 estudantes (BRASIL, 2019, p. 22). O desempenho é analisado sob duas perspectivas, a internacional e a nacional. O desempenho do Brasil em Matemática sob a perspectiva internacional foi de “384 pontos, 108 abaixo da média dos estudantes dos países da OCDE 492” (BRASIL, 2019, p. 105), ou seja, dos 79 países participantes, o Brasil ficou na posição 76º (BRASIL, 2019, p. 106). Na perspectiva nacional, os estudantes da rede estadual tiveram um desempenho de 374 pontos.

Outra maneira de analisar os resultados apresentados se dá por seis níveis de proficiência na Matemática. No nível 6, considerado o mais alto, o Brasil conta com 0,1% dos estudantes que entre outros conhecimentos

> [...] evidenciam um pensamento e um raciocínio matemáticos avançados. São capazes de associar sua percepção e sua compreensão junto com um domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais para desenvolver novas abordagens e estratégias que lhes permitam lidar com situações novas (BRASIL, 2019, p. 109).

No nível 5, encontram-se 0,8% dos estudantes; no nível 4, a porcentagem eleva para 3,4%; no nível 3, percebemos o aumento para 9,3%; no nível 2 temos 18,2%, no nível 1 avançamos para 27,1%. O relatório Brasil no Pisa 2018 – versão preliminar, considera que os estudantes no nível 1:

> [...] são capazes de responder questões que envolvem contextos familiares, nas quais todas as informações relevantes estão presentes e as questões estão claramente definidas. Conseguem identificar informações e executar procedimentos rotineiros, de acordo com instruções diretas, em situações explícitas. Conseguem realizar ações que são, quase sempre, obvias e que decorrem diretamente dos estímulos dados (BRASIL, 2019, p. 110).

Porém, no nível abaixo de 1, em que a OCDE não especifica as habilidades desenvolvidas, o Brasil conta com 41,0% dos estudantes (BRASIL, 2019, p. 110).

Diante do exposto, a partir de documentos legais e fontes bibliográficas sobre ensino da matemática no ensino básico, é significativo trazer uma breve análise na história da disciplina no país, com ênfase na educação pública e, em especial, ao conceito de fração.

Assim, as primeiras concepções da disciplina de matemática aconteceram no primeiro período da educação brasileira, datado de 1549 a 1759, período em que o Brasil foi colônia de Portugal.

Saviani (2019) salienta que os primeiros evangelizadores do Brasil foram os franciscanos, que percorriam aldeias indígenas e uniam a catequese à instrução de lavrar a terra e outros ofícios. Além dos franciscanos, outras ordens religiosas se fizeram presentes no processo de colonização do país, como beneditinos, carmelitas, mercedários, oratorianos e capuchinhos. Os jesuítas vieram apoiados pela coroa portuguesa, defendendo o plano de instrução elaborado por Nóbrega que tinha como principal objetivo ensinar os nativos a ler e escrever. Somente, em 1552, quando entrou em vigor o *Ratio Studiorum*, com uma nova organização didática e pedagógica, entre 467 regras, três foram destinadas ao professor da disciplina de matemática.

Segundo Mondini (2013), a estreita relação entre a Igreja Católica e o Estado possibilitou que o ensino desse período fosse responsabilidade das Escolas Jesuítas. Além do objetivo do trabalho educativo e do ensino das primeiras letras, também era de suma importância catequizar e propagar a fé católica, havia um rigoroso planejamento pedagógico com destaque para organização curricular, objetivos, métodos de estudo e métodos de trabalho. Entretanto, a disciplina de Matemática era reconhecida como um recurso auxiliar ao ensino da Física e da Geografia com uma aula de quarenta e cinco minutos e o conteúdo ensinado por semana iniciava das noções básicas de Aritmética e avançava gradativamente para a Geometria, com ênfase aos Elementos de Euclides. Roque (2012) ressalta que os Elementos de Euclides é percebido como o ápice do esforço de organização da geometria grega, organizados em um conjunto de treze livros publicados por volta do ano 300 a.C., o aprendizado da matemática se dava pelo uso da régua e do compasso a partir de definições, postulados, noções comuns, problemas e teoremas.

Sobre o currículo do Ratio Studiorum, quando em 1599, passou a vigorar em todos os Colégios da Companhia de Jesus, abrangia cinco classes ou disciplinas: retórica, humanidades, gramática superior, gramática média e gramática inferior. A formação prosseguia com os cursos de filosofia e teologia, chamados de ‘estudos superiores’. O currículo filosófico era previsto para três anos, com as seguintes classes ou disciplinas: 1º ano: lógica e introdução às ciências; 2º ano: cosmologia, psicologia, física e matemática; 3º ano: psicologia, metafísica e filosofia moral (SAVIANI, 2019, p. 56-57).

Saviani (2019, p. 131-132) destaca que, no ano de 1854, o Decreto nº 1331 – A, aprovou o Regulamento para a reforma do ensino primário e secundário do município da Corte, destacou o princípio da obrigatoriedade do ensino para crianças a partir de sete anos de idade. Além disso, quanto à organização dos estudos, previa uma escola primária dividida em duas classes, a primeira conhecida de como escola de primeiro grau, com ensino elementar e a segunda, correspondia à instrução primária superior. No currículo básico a matemática seria enriquecida nas escolas primárias do segundo grau com o desenvolvimento da aritmética em suas aplicações práticas e, posteriormente, nesta área de ensino, geometria, agrimensura, desenho linear e estudo mais desenvolvido do sistema de pesos e medidas.

Silva (2017, p. 23) comenta que, no ano de 1874, a matemática era prioridade no ensino superior, destinada apenas à formação do oficial do Exército e, posterirormente, à formação do engenheiro civil, do engenheiro mecânico, do engenheiro elétrico, do geógrafo e do cartógrafo.

No ano de 1879, conhecida como Reforma Leôncio de Carvalho, com o Decreto n. 7247 houve a reforma do ensino primário, secundário e superior da Corte e, manteve a obrigatoriedade do ensino primário dos 7 aos 14 anos. Essa reforma não fez referência às disciplinas curriculares e deu prioridade para a "moralidade e higiene" (SAVIANI, 2019, p. 132).

Segundo Fernandes e Menezes (2002), na década de 1920, o ensino passou a ser prioridade para o desenvolvimento do país e, nesse contexto, houve mudanças com a universalização do ensino primário devido às influências externas, dentre as quais, a Segunda Guerra Mundial e a necessidade de melhorias e avanços na Ciência.

No dia 15 de outubro de 1927 foi aprovada pelo parlamento a primeira lei da educação, conhecida como Lei das Escolas de Primeiras Letras. O modesto documento legal contemplava entre outros assuntos, o conteúdo curricular fundamental da escola primária, priorizava a "[...] leitura, a escrita, a gramática da língua nacional, as quatro operações básicas de aritmética e noções de geometria ainda que tenham ficado de fora as noções elementares de ciências naturais e das ciências da sociedade (história e geografia) [...]" (SAVIANI, 2019, p. 126).

Em 1930, foi criado o Ministério dos Negócios da Educação e Saúde Pública no governo de Getúlio Vargas. Esse ministério desenvolvia atividades pertinentes à educação, a saúde, ao esporte e ao meio ambiente (BRASIL, 2019). Segundo (SILVA, 2003, p. 133; SILVA, 2017, p. 27) a partir da década de 1930, há indícios de formação da comunidade matemática brasileira e, com isso, a preocupação em fazer pesquisa científica continuada e os resultados dessas, por professores da USP. Porém, no ano de 1934, começou a formação de uma escola matemática, em que destacaram os matemáticos brasileiros Otto de Alencar e Silva, Manoel Amoroso Costa, Lélio Gama e Theodoro Ramos. Além da preocupação com as pesquisas matemáticas, houve o desejo em publicar e divulgar livros didáticos escritos em Língua Portuguesa no país.

Nesse período, Júlio César, professor e crítico severo sobre a forma que a disciplina de matemática era ensinada na primeira metade do século, "[...] recorreu a História da Matemática como recurso didático, explorou as atividades lúdicas e defendeu um ensino baseado na resolução de problemas não-mecânicos” (FERNANDES; MENEZES, 2002, p. 4).

Em 1931, na Reforma Francisco Campos, o professor Eugenio de Barros Raja Gabaglia, foi responsável pela mudança curricular, não só na área de Matemática no ensino secundário, como também nas demais disciplinas. Com essa Reforma, criou-se o Conselho Nacional de Educação, organiza-se o ensino secundário e o ensino superior com regime universitário. Destaca-se, nesse período, com os ideais da “Escola Nova”, na disciplina de matemática séries de exercícios de aritmética denominados “Aprenda por si!” que se associavam ao livro Nova Taboada e noções de aritmética, que atingiram mais de um milhão de exemplares entre a 1ª edição de 1958 e a 33ª publicada e 1986.” (SAVIANI, 2019, p. 205-206).

Cabe destacar que, no período de governo de Getúlio Vargas de 1932 a 1947, houve um desequilíbrio entre as concepções da pedagogia tradicional e a pedagogia nova que influenciou a reestruturação do ensino.

No início da década de 1950, o Brasil passava por uma expansão econômica e o ensino encontrava-se em reestruturação, tanto na matemática como nas demais disciplinas. Porém, o ensino permanecia tradicional e rigoroso, prevalecia a memorização e o castigo. Além de ser vista como meio de segregação social (FERNANDES; MENEZES, 2002), a matemática passa a ser valorizada e há a expansão das Pesquisas, Universidades, Escolas e Sociedades Científicas que trabalham com a matemática. Definiu-se o que cada curso deveria ser trabalhado e acentuou-se o intercâmbio com outros países. Diante dos avanços em pesquisas e no ensino superior, esse período não enfatizou o ensino e a aprendizagem nos anos iniciais.

Em 1951, a Sociedade Brasileira Para o Progresso da Ciência (SBPC) em defesa da pesquisa e da Universidade Pública, passou a agregar outras sociedades científicas e incluíram pesquisas com conhecimento matemático.

No ano de 1959, foi realizado na França o Seminário Royaumont, em que matemáticos e pesquisadores discutiram novas perspectivas para o ensino na matemática. Nesse evento originou-se um novo termo da Matemática, chamada Matemática Moderna.

> A partir do final dos anos de 1950, diferentes debates sobre a necessária renovação do ensino da Matemática, nos diferentes níveis de ensino,

> ocuparam professores dessa matéria, pedagogos e outros sujeitos envolvidos com a educação, no Brasil e no mundo. Tais debates desencadearam um movimento que aqui ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna (ALVES; SILVEIRA, 2016, p. 8).

Iniciado, na Europa na década de 1950, o movimento da matemática moderna foi um dos principais fatores que contribuíram para que na década de 1960 no Brasil, discussões referentes ao ensino dessa disciplina fossem realizadas. Claras e Pinto (2008) e Dobrowolski e Bertoni Pinto (2009) comentam que esse movimento tinha como proposta contrapor a forma platônica, abstrata e complexa como ministrada a disciplina de matemática até o momento: o ensino centrado na formação técnica ou na formação humanista. Trazia a ideia de unificação das matemáticas (Álgebra, Geometria e Aritmética), uma renovação curricular, em que o conteúdo matemático escolar estivesse vinculado com o avanço tecnológico. Cabe destacar que a influência desse movimento foi criada por grupos de estudo para o ensino da matemática, compostos por professores de várias escolas, que atuavam nos níveis primário e secundário, realizando os estudos em salas experimentais e o resultado foi positivo.

Schastai, Farias e Silva (2017, p. 42) consideram que, até o final da década de 1950, a tendência seguia o ensino formalista-clássico, com modelo Euclidiano e concepção platônica com a finalidade do desenvolvimento do pensamento lógico-dedutivo.

No ano de 1961, foi aprovada a Lei nº 4.024/1961 que fixou as diretrizes e bases da educação nacional e, entre as mudanças previstas na educação, a organização do ensino para a educação pré-primária passou a ser destinada aos menores até sete anos e o ensino primário ministrado em quatro anos a partir dos 7 anos de idade. Nas duas primeiras séries o currículo era flexível e apresentava a obrigatoriedade de oito disciplinas, dentre as quais uma ou duas adaptativas. Porém na terceira série, o currículo evidenciou aspectos linguísticos, históricos e literários, com ênfase de quatro e, no máximo, seis disciplinas.

Em 1964, em São José dos Campos, no V Congresso de Professores de Matemática, o assunto primordial do evento foi contrapor a ‘matemática moderna’, para reformar o ensino da matemática. Entre as décadas de 1960 e 1970, houve confronto entre a crise da pedagogia nova e a articulação da pedagogia tecnicista (LOMBARDI, 2008, p 207) e tendências educacionais, com um modelo de ensino voltado para as ações interativas e reflexivas do estudante e a finalidade foi que a matemática fosse construída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas (SCHASTAI; FARIAS; SILVA, 2017, p. 42-43). No período de 1964 a 1984, confrontos entre as pedagogias críticas e a pedagogia do capital humano dão abertura à concepção produtivista da educação (LOMBARDI, 2008, p 207). Nesse período, a tendência educacional passa a ser tecnicista.

Saviani (2019, p. 383) destaca que “[...] essa teoria pedagógica correspondeu uma reorganização das escolas que passaram por um crescente processo de burocratização”. Schastai, Farias e Silva (2017, p. 42) comentam que, nessa teoria, mecanicista e pragmático, o método de aprendizado enfatizado era o da memorização de princípios e fórmulas, no desenvolvimento de manipulação de algoritmos e expressões algébricas e de resolução de problemas, além de que o professor seguia objetivos instrucionais com conteúdos organizados por especialistas, distribuídos em kits disponíveis em livros didáticos, manuais, jogos pedagógicos e recursos audiovisuais.

No início da década de 1970, ainda caracterizado pela Matemática Moderna, destacou-se o movimento para a produção de livro didático. O conteúdo que marcou esse momento foi simbologia da Teoria dos Conjuntos. A Teoria dos Conjuntos teve um papel central na organização da matemática moderna no século XIX. Para Roque (2012, p. 471) “[...] a teoria dos conjuntos é associada à admissão, no interior da matemática, de ideias complexas, como a do infinito [...]”. Além disso, Cantor, o seu fundador foi responsável por contribuir na década de 1930 com “a organização da matemática em subdisciplinas, selecionando conceitos básicos, suas ferramentas e seus problemas [...]” Roque (2012, p. 471).

No ano de 1971, a Lei nº 5.692/1971 fixou diretrizes e bases para o ensino de 1º e 2º Graus, o que equivale atualmente, ao Ensino Fundamental e ao Ensino Médio. Os currículos do ensino tinham um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional e uma parte diversificada para atender as necessidades e as especificidades locais. Nessa legislação se estipulou que o ensino do 1º Grau passasse a ter duração de oito anos letivos, o aluno ter a idade mínima de sete anos e ser obrigatório dos sete aos catorze anos de idade. Quanto à organização do currículo para o ensino da Matemática se constata que no Art. 5º, este permaneceu igual ao da lei de 1961, onde os currículos plenos de cada grau de ensino, constituídos por matérias tratadas sob a forma de atividades, áreas de estudo e disciplinas, em que as disposições, ordenação e sequência, deveriam ser estruturadas pelos estabelecimentos de ensino.

A resolução nº 8 do Conselho Federal de Educação, de 1º de dezembro de 1971, derivada do Parecer 853/71, estabeleceu as matérias que formavam o núcleo comum e as disciplinas obrigatórias. Santos (2014, p. 157) comenta que de acordo com esse Parecer, currículo não tinha o mesmo conceito de matéria, visto que “[...] o termo ‘matéria’ correspondia a um recorte que englobava algumas disciplinas que deveriam constar no currículo e separava essa versão do currículo pleno”. Portanto, a disciplina de matemática e as Ciências Físicas e Biológicas foram inseridas no currículo pleno na área de Ciências (BRASIL, 1971, p. 1).

Para Claras e Pinto (2008) e, Dobrowolski e Bertoni Pinto (2009), a partir da década de 1970, formaram grupos de estudo do Ensino da Matemática, fortemente influenciados pelo movimento da matemática moderna e os que mais se destacaram foram: o Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM), em São Paulo, no ano de 1965; o Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia da Pesquisa e Ação (GEEMPA), em São Paulo, no ano de 1970 e o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM), fundado em 1976 e Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática (NEPEM) em Curitiba, Paraná. O GEPEM organizou ou I Seminário sobre o Ensino de Matemática e entre os objetivos desse evento estava de obter um panorama sobre a situação do ensino de Matemática no Brasil.

A década de 1980 foi decisiva para a Educação Matemática, visto que professores de matemática e pesquisadores avançaram em cursos, pesquisas e trabalhos desenvolvidos no âmbito do ensino desta disciplina e demonstraram preocupação com o ensino da Matemática no país e aos altos índices de analfabetismo. Diante do exposto, a Lei nº 7. 044 de 1982 alterou dispositivos da Lei nº 5.692, de 11 de agosto de 1971, referentes à profissionalização do ensino de 2º grau. No Art. 5º, os currículos plenos de cada grau de ensino, constituídos por matérias tratadas sob a forma de atividades, áreas de estudo e disciplinas, com as disposições necessárias ao seu relacionamento, ordenação e sequência, estruturados pelos estabelecimentos de ensino.

Nesse período, a tendência Sócio-etnocultural o modelo de ensino passou a seguir base teórica e prática na etnomatemática defendida por Ubiratan D'ambrósio, com a finalidade do saber matemático prático, relativo e não universal.

Segundo Miguel et al. (2004), na transição do século XIX para o século XX, que a educação matemática se identificou como área prioritária na educação.

No ano de 1908, no Congresso Internacional de Matemática, em Roma houve a consolidação da educação matemática como subárea da matemática e da educação, de natureza interdisciplinar. Esse campo de pesquisa como área de investigação se encontra em construção, sendo bastante amplo e relacionando a matemática à pedagogia, além de que

> Há ainda relações essenciais com a linguística, para compreender muitos problemas conceituais próprios das dificuldades de aprendizagem, e com a história e a epistemologia da ciência, que explicam a gênese, o desenvolvimento e a evolução do conhecimento científico e, em particular, da matemática. (MIGUEL, et al., 2004, p. 77).

Na década de 1980, a Educação Matemática percebida como um movimento mundial constituída por diversas áreas do conhecimento como a Educação, a Psicologia, a Matemática, a Filosofia, a Sociologia, dentre outras, tem contribuído para apontar lacunas do ensino/aprendizagem e auxiliar o professor dessa disciplina.

Em 1987, em São Paulo, foi realizado o I ENEM e, no ano de 1988, profissionais preocupados com o Ensino da Matemática, concretizaram a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) durante o II ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. Conhecida como um campo científico e interdisciplinar, "A Educação Matemática veio se constituindo, historicamente, como uma área de conhecimento voltada ao ensino/à aprendizagem da matemática" (LOPES; MARCO, 2015, p. 456).

No ano de 1987, o estado do Paraná iniciou uma reestruturação curricular com a participação de professores da rede pública estadual. Na década de 1990, disponibiliza o Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná (PARANÁ, 1992). Nessa proposta, o ensino da Matemática, a partir da 3ª série foi dividido em eixos temáticos. Números: classificação e seriação; Operações; medidas e geometria. Priorizou-se o conteúdo das frações, desde a 3ª série, dentro do eixo temático Números: classificação e seriação. Para esse ano escolar, estipulou-se relações entre frações do inteiro: parte menor, parte maior, partes iguais; contagem de meios, quartos, etc.; registro de frações dos inteiros e maiores eu o inteiro; leitura e escrita de números fracionários; noções de inteiro/parte, igualdade/desigualdade, equivalência e números misto, registro de frações decimais com o uso de vírgula. No eixo temático operações, estabeleceram: cálculo de metades e de dobro, terça parte e triplo, etc. e, adição e subtração de frações homogêneas. Na 4ª série, priorizou-se o conteúdo de fração no eixo temático Números: o uso de frações e sua relação com números decimais, (relação parte/todo; relação fração/divisão) e os números naturais, decimais e fracionários em contagens e em medidas. No eixo temático operações elencaram classes de equivalência e as quatro operações com frações. Na 5ª série, o eixo temático, "números" abordou números fracionários e números decimais como resultado da divisão. No eixo temático Operações, sugeriu-se cálculo do fracionamento de quantidade e de porcentagens.

Segundo Schastai, Farias e Silva (2017) a partir da década de 1990, pesquisadores e professores brasileiros dão abertura para a THC, a tendência educacional passou a ser Histórico-crítica, com modelo do conhecimento construído historicamente para atender necessidades sociais e teóricas e a finalidade do ensino da disciplina passou a estabelecer relações, justificar, analisar e discutir ideias matemáticas.

No ano de 1996, sancionada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional LDBEN nº 9394/96, o ensino passou a ser composto de dois níveis: a educação básica e o ensino superior. A educação básica é dividida em três etapas: educação infantil (0 a 5 anos), ensino fundamental (6 a 14 anos) e ensino médio (15 a 17 anos) e tornou-se obrigatória e gratuita dos 4 (quatro) aos 17 (dezessete) anos.

No Artigo 26, da LDBEN nº 9394/96, os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos. Em seu parágrafo primeiro, os currículos devem abranger obrigatoriamente o estudo da língua portuguesa e da matemática, o conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente, do Brasil.

A LDBEN 9394/96 organiza, articula, desenvolve e avalia propostas pedagógicas de todas as redes de ensino, nas esferas municipais, estaduais e federais. Sinalizou, no ano de sua publicação, o ensino obrigatório de nove anos de duração, a iniciar aos seis anos de idade, o que, por sua vez, tornou-se meta da educação nacional pela Lei nº 10.172/2001.

Com preocupação de aperfeiçoar o ensino em âmbito nacional, foi desenvolvido no ano de 1990 um Sistema de Avaliação Básica (Saeb) com o intuito de avaliar a progressão de qualidade da educação nacional nas áreas de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Naturais e Redação. Dotada de três mecanismos de controle foi estabelecida a Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA), a Avaliação da Educação Básica (Aneb) e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Prova Brasil).

A ANA avalia os níveis de alfabetização e letramento em língua portuguesa, a alfabetização em matemática e as condições de oferta do ciclo de alfabetização das redes públicas. Passam pela avaliação todos os estudantes do terceiro ano do ensino fundamental matriculados nas escolas públicas no ano da aplicação da avaliação (BRASIL, 2013).

Criado pelo Ministério da Educação no ano de 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), incluiu no segundo ciclo as representações fracionárias (BRASIL, 1997, p. 68).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, o contato com o conceito de frações frequentemente se dá por situações da vida cotidiana e o uso limita-se a metades, terços, quartos e é mais abrangido pela via da linguagem oral do que das representações. Contudo no PCN destaca que a prática mais comum para explorar o conceito de fração é

> [...] a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais. A relação parte-todo se apresenta, portanto, quando um todo se divide em partes (equivalentes em quantidade de superfície ou de elementos). A fração indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes (BRASIL, 2001, p. 68).

No PCN (BRASIL, 1997), o primeiro contato com o conceito de fração foi estipulado para o segundo ciclo, com atividades que permitissem ao aluno progredir na construção de conceitos e procedimentos matemáticos. Nos demais anos de ensino, números naturais e racionais, operações, medidas, espaço, forma e tratamento da informação deveriam ter continuidade. Assim, o planejamento do ensino deveria priorizar

> [...] o reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária; identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas (BRASIL, 1997, p. 34).

Em 2004, a ampliação do ensino fundamental começou a ser discutida no país e, no ano de 2006, a Lei nº 11.274 ampliou o ensino fundamental de oito para nove anos de duração, com início aos seis anos de idade no primeiro ano do ensino fundamental e término, dessa etapa de escolarização, aos quatorze anos.

Ao se pensar no ensino público, em 2005, o governo federal criou o Pró-Letramento – Mobilização pela Qualidade da Educação, um programa de formação continuada de professores que lecionam do primeiro ao quinto ano do ensino fundamental. Este curso de atualização para a melhoria da qualidade de aprendizagem da leitura/escrita e matemática combinou encontros presenciais e atividades individuais durante oito meses e conta com a parceria do Ministério da Educação, das universidades da Rede Nacional de Formação Continuada e dos sistemas de ensino. Entre os objetivos do Pró-Letramento:

> [...] o suporte à ação pedagógica dos professores dos anos/séries iniciais do ensino fundamental, contribuindo para elevar a qualidade do ensino e da aprendizagem de língua portuguesa e matemática; desenvolver conhecimentos que possibilitem a compreensão da matemática e da linguagem e de seus processos de ensino e aprendizagem (Brasil, 2019).

A preocupação, com essa etapa da educação, passou a ser maior e, em 2012, houve a adesão pelos Estados, Distrito Federal e Municípios ao Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). A intenção foi

> [...] a implementação de políticas indutoras de transformações significativas na estrutura da escola, na reorganização dos tempos e dos espaços escolares, nas formas de ensinar, aprender, avaliar, organizar e desenvolver o currículo, e trabalhar com o conhecimento, respeitando as singularidades do desenvolvimento humano (BRASIL, 2012, p. 63).

No ano de 2012, foi criado o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), programa integrado, assumido pelos governos federal, do Distrito Federal, dos estados e municípios, que tem por objetivo assegurar que todas as crianças estejam alfabetizadas até os oito anos de idade, ou seja, ao final do 3º ano do Ensino Fundamental. Entre os princípios norteadores do pacto, destacam-se: o incentivo para a formação continuada, presencial, para os Professores Alfabetizadores, com foco na alfabetização; a distribuição de recursos materiais do MEC, voltados para a alfabetização e o letramento, articulados pela formação (PNLD, PNBE, Jogos Pedagógicos) para o aumento da quantidade de materiais didáticos entregues por sala de aula; a aplicação de avaliações diagnósticas (Provinha Brasil) pelas próprias redes, com retorno de resultados, no início e ao final do 2º ano. Além desses princípios, também é importante a realização de avaliações externas anuais para todos os alunos concluintes do 3º ano e o apoio pedagógico complementar por meio do Mais Educação (BRASIL, 2014).

Na continuidade de um trabalho iniciado no ano de 2013, na área de Linguagem, a Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento foi um pressuposto adotado em consonância com o material de formação dos professores da rede pública, com o intuito de contribuir e ampliar as reflexões das práticas e experiências no processo de alfabetização. Nesse contexto, a Alfabetização Matemática é entendida como um instrumento para a leitura do mundo, em uma perspectiva que supera a simples decodificação dos números e a resolução das quatro operações básicas. De acordo com Manual do PNAIC, apoiado nas orientações do manual, a disciplina de matemática é organizada, considerando-se quatro eixos: Eixo Numérico e Algébrico, Eixo da Geometria, Eixo de Grandezas e Medidas e o Eixo Tratamento da Informação (BRASIL, 2013).

Na próxima seção abordaremos sobre a disciplina de matemática nos Ensino Fundamental com ênfase no ensino de conceitos preditores do conteúdo de fração anos iniciais.

2.2 A MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL NOS ANOS INICIAIS

Após a vigência da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN 9394/96) a Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006, veio a alterar a redação dos artigos 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, e preconizou a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade.

A preocupação com a educação básica passou a ser intensificada e, no ano de 2012, houve a adesão pelos Estados, Distrito Federal e Municípios ao Pacto Nacional na Idade Certa e da relevância do Pró-letramento para a formação continuada dos professores atuantes nessa etapa da educação pública.

Embora algumas discussões sobre a educação escolar tenham iniciado com mais fervor a partir da década de 1980, intensificado na década de 1990 pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) e revisado no ano de 2000, foi com a Lei nº 13.005/2014, que o Plano Nacional de Educação (PNE) foi promulgado mediante colaboração da União, Distrito Federal e Municípios, diretrizes pedagógicas para a educação básica e a base nacional comum dos currículos (BRASIL, 2014).

No ano de 2017, o artigo 35 da Lei nº 13.415/2017, altera a LDB 9.394/96 define direitos e objetivos de aprendizagem. “A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2018, p. 7). Esta alteração estabelece não só os conhecimentos, as competências e as habilidades como também os princípios éticos, os políticos e os estéticos traçados nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, norteando, ainda, os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas e as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio em todo o Brasil.

Nessa abordagem, na BNCC, considera que ao longo da Educação Básica, as aprendizagens essenciais definidas devem assegurar o desenvolvimento de dez competências gerais. O conceito de competência adotado, na BNCC, é um marco de discussões pedagógicas e sociais das últimas décadas. Logo, competência é definida

> Como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 8).

Entre as dez competências citadas, na BNCC, opta-se por mencionar a competência geral 1 e 4:

> [...] Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva e, utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. (BRASIL, 2018, p. 8).

A BNCC e os currículos, contudo "[...] reconhecem que a educação tem um compromisso com a formação e o desenvolvimento humano global, em suas dimensões intelectual, física, afetiva, social, ética, moral e simbólica" (BRASIL, 2018, p. 16). Assim, a BNCC e os currículos desempenham papéis complementares definidos em cada etapa da Educação Básica.

A Educação Básica foi distribuída em etapas: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. A etapa relacionada ao Ensino Fundamental foi dividida em duas fases, sendo Ensino Fundamental – Anos Iniciais, do 1º ao 5º ano e Ensino Fundamental – Anos Finais, do 6º ao 9º ano. Organizado em cinco áreas do conhecimento e, cada uma, estabelece competências específicas da área: Linguagens (Língua Portuguesa, Arte, Educação Física e Língua Inglesa); Matemática; Ciências da Natureza; Ciências Humanas (Geografia e História) e Ensino Religioso. Nesse sentido, as áreas que abrigam mais de um componente curricular, como na área de Linguagens e Ciências Humanas são definidas competências específicas do componente.

Para que as competências entre as diferentes áreas se articulem e progridam ao longo dos anos do Ensino Fundamental, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades, que estão relacionados a diferentes objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos) e que, por sua vez, estão organizados em unidades temáticas (BRASIL, 2018, p. 28). "As habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares" (BRASIL, 2018, p. 29).

A cada ano escolar, aspectos relativos à aprendizagem e ao desenvolvimento, a elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas deverão assegurar um percurso contínuo, visto que os conteúdos escolares progredirão em sua complexidade e, nesse contexto, a BNCC, destaca "[...] que ao longo do Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a progressão do conhecimento ocorre pela consolidação das aprendizagens anteriores e pela ampliação prática de linguagem e da experiência estética e intercultural das crianças" (BRASIL, 2018, p. 59).

Na área da Matemática, a BNCC (BRASIL, 2018) considera

> O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (BRASIL, 2018, p. 265).

Assim, a BNCC propõe cinco unidades temáticas correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental e que se inter-relacionam: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e, Probabilidade e Estatística. Nessa linha de pensamento, esse documento considera que as unidades temáticas contribuam para que os alunos associem às representações com conceitos e propriedades, façam induções e conjecturas e desenvolvam a capacidade de resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados, interpretando-os às situações do mundo real (BRASIL, 2018).

Cada ano escolar, as matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas. O objeto de conhecimento, relacionado ao conceito de fração, tem início no 2º ano na unidade temática Números. A BNCC propõe para esse objeto do conhecimento problemas, envolvendo significados de metade e terça parte. Nas habilidades previstas para o código alfanumérico (EF02MA08) preveem resolver e elaborar problemas, que envolvem metade e terça parte com suporte de imagens ou matéria manipulável, por meio de estratégias pessoais (BRASIL, 2018).

Para o 3º ano, também na unidade temática Números, o objeto de conhecimento relacionado à temática de estudo, sugere significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte. Nas habilidades o código alfanumérico (EF03MA09) associa o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima parte (BRASIL, 2018).

No 4º ano, na unidade temática Números, o objeto de conhecimento proposto é números racionais: frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100) e nas habilidades o código alfanumérico (EF04MA09) sugere reconhecer as frações unitárias mais usuais, utilizando a reta numérica como recurso (BRASIL, 2018).

Vasconcelos e Belfort (2006) apontam que "[...] as frações, assim como as operações fundamentais, também estão associadas a mais de uma idéia e, ao contrário do que se pensa, as frações estão presentes em muitas situações do dia a dia." Diante da relevância para esta pesquisa, apresentamos na próxima seção, os conteúdos matemáticos previstos para o 5º ano do Ensino Fundamental.

2.3 A MATEMÁTICA NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL E O ENSINO DAS FRAÇÕES

O ensino e a aprendizagem dos conceitos matemáticos relacionados aos conteúdos previstos para o 5º ano do Ensino Fundamental são relevantes para a apropriação de conceitos mais complexos nos anos seguintes dessa etapa do ensino básico. Assim, a partir da apropriação de conceitos ensinados anteriormente, espera-se que a aprendizagem aconteça de forma efetiva, pois o processo de ensino acontece com a apropriação de conceitos.

É viável destacar que os conteúdos previstos para este ano escolar, a Instituição de Ensino segue orientações das esferas federal, estadual e municipal de ensino. No planejamento anual da instituição de ensino pesquisada, o sistema de avaliação é dividido em bimestres e, para cada bimestre, foram organizados os conteúdos a serem ensinados, divididos em números e operações, medidas, geometria (espaço e forma) e estatística e probabilidade (tratamento da informação). No currículo, o conceito de fração aparece de forma introdutória no 4º ano e progride para o 5º ano escolar.

A BNCC, na área de Matemática, para o 5º ano (BRASIL, 2018) na unidade temática Números, para os objetos de conhecimento, sugere:

> - representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica;
> - comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência e,

> - cálculo de porcentagens e representação fracionária. (BRASIL, 2018, p. 294-295).

No quesito habilidades, são propostas (EF05MA03), (EF05MA 04) e (EF05MA05) respectivamente:

> - identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica.
> - identificar frações equivalentes.
> - comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica. (BRASIL, 2018, p. 294-295).

Quanto ao ensino e à apropriação dos conceitos de fração na Educação Básica, Schastai, Farias e Silva (2017) comentam:

> Como pode um conteúdo ser trabalhado durante cinco, seis, sete anos ou mais sem que o aluno o tenha aprendido? Que tipo de ensino e de aprendizagem é esse? O que falta para que o professor possa ensinar mais e o aluno possa aprender melhor? (SCHASTAI, FARIAS e SILVA, 2017, p. 19).

A Educação Matemática, como área de investigação de caráter interdisciplinar, considera que no ensino da matemática é essencial a apropriação de conceitos. Valente (2014, p. 26-27) comenta que a história da educação matemática mais próxima dos professores, "[...] tornou-se mais transparente as histórias de escola, de disciplinas, de currículo, e apropriação de objetos culturais, de tudo mais que deram sentido à escolarização de gerações em diferentes tempos e espaços" e dessa forma, o ensino e o aprendizado de "[...] conceitos são componentes importantes do conteúdo de qualquer matéria e entre elas, também dos cursos de matemática" (TALIZINA, 2001, p. 21).

Recorremos à THC, no estudo da formação dos conceitos e, em especial, à formação de conceitos matemáticos para a apropriação de novos conteúdos. Na próxima seção, destacamos as contribuições da Teoria Histórico-Cultural na formação de conceitos durante o seu desenvolvimento e discutimos o processo de formação de conceitos matemáticos.

3 AS CONTRIBUIÇÕES DA THC NO ESTUDO DA FORMAÇÃO DOS CONCEITOS

No início do século XX, em um contexto marcado pelas ruínas de um período pós-guerra, em meio a uma crise política, social e econômica, a Rússia passa por um período em que a constituição do Estado soviético marcou o início da tradição marxista da educação. Fundamentada no método do materialismo histórico dialético, no qual se considera a relação entre o homem e a natureza, concebida a partir de uma perspectiva histórica, sendo o homem um ser complexo e dinâmico, com diversas formas de pensar, formadas pelas relações estabelecidas com o meio e, no campo filosófico, compreende que o materialismo histórico dialético é um método de vida social, política e econômica, condicionada ao modo de produção de vida material. Essas condições materiais formam a base da sociedade, da sua construção, das suas instituições e regras, suas ideias e valores. Surge, nesse país, a necessidade de redefinir o papel da escola e da educação. Diante dessas mudanças intelectuais, desse período, contribuíram para a criação das bases psicológicas e pedagógicas de uma nova teoria e prática da educação: THC. O princípio dessa teoria era uma educação capaz de criar condições para o surgimento da consciência de homem por meio do processo de formação do pensamento e da linguagem, por meio do caráter sucessivo, consciente, direto e intuitivo do ensino e que atribui, ao bom ensino, o papel imprescindível para o desenvolvimento humano no processo histórico-social.

A preocupação com o ensino e a aprendizagem da matemática nos processos, que consolidam a escola pública, tem buscado na Psicologia Histórico-Cultural a compreensão e a importância que o ensino assume no desenvolvimento do indivíduo e a sua relação entre o ensinar e o aprender.

Assim, estudos da THC dão subsídios teóricos e metodológicos para (re)pensar a organização do ensino e as ações mentais necessárias, para que a pessoa, em desenvolvimento, tenha um papel ativo na apropriação de conceitos científicos no complexo processo de aprendizagem, que tem o signo como palavra, ou seja, a pessoa utiliza-se da palavra para expressar o que aprendeu.

Dentre os pesquisadores que contribuíram na criação das bases filosóficas, psicológicas e pedagógicas da teoria e prática da educação marxista, e também, de uma nova escola e uma nova pedagogia faz referência a estudos de Lev Semenovich Vigotski, Alexis Nikolaevich Leontiev, Alexander Romanovich Luria, P.

Ya. Galperin e Nina Fiodorovna Talizina. Dessa forma, nessa seção, segundo os pressupostos da THC, discute-se o processo de desenvolvimento e aprendizagem e, ainda, o processo de formação de conceitos na criança elaborada por Vigotski, a teoria de assimilação da atividade mental por etapas segundo P. Ya. Galperin e a formação de conceitos matemáticos por Talizina.

Seguindo esse viés, a matemática sempre presente na vida do ser humano, ao longo de sua história alcançou imensuráveis conquistas e "[...] por meio da evolução e a democratização da numeração tiveram consequências incalculáveis sobre as sociedades humanas, pois facilitaram a explosão da ciência, da matemática e das técnicas" (IFRAH, 1992, p. 323). Entretanto, os conhecimentos matemáticos acessíveis à população só foram possíveis graças aos registros e ensinamentos de antigas civilizações, que transmitidas de geração em geração, disseminaram tal conhecimento.

A THC parte do princípio de que o homem necessita do outro humano para aprender e se desenvolver. Para Vygotski (1998, p. 118) "[...] o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer", isso a partir do conhecimento transmitido de geração a geração e a instituição escolar tem uma participação significativa nesse processo por meio das interações sociais.

Durante a infância surge o uso de instrumento e a fala humana. A partir das relações com outros seres humanos, por meio da mediação de instrumentos e signos, o sujeito internaliza um conceito aprendido em situações cotidianas. A linguagem como instrumento acontece, quando a fala socializada é internalizada e a criança compreende o significado do objeto. A linguagem passa a adquirir uma função intrapessoal além de seu uso interpessoal (VIGOTSKI, 2001, p. 16). Nesse processo, Vigotski (2010) destaca que "[...] o momento de maior significado no curso do desenvolvimento intelectual, que dá origem às formas puramente humanas de inteligência prática e abstrata, acontece quando a fala e a atividade prática, então, duas linhas completamente independentes de desenvolvimento, convergem" (VIGOTSKI, 2010, p. 11-12).

Vigotski (2001) caracteriza as funções do desenvolvimento da criança e considera que essa transformação acontece ao longo de todo o desenvolvimento a partir do resultado de uma série de eventos ocorridos e enfatiza que essas aparecem duas vezes, uma no nível social (interpsicológico) e depois no nível individual (intrapsicológico). A primeira vez é uma operação que, inicialmente, representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente. Conhecido como processo interpsicológico, decisivo no processo de ensino/aprendizagem é, nesse momento, que a mediação pelo adulto se faz necessária. A segunda vez, conhecido como processo intrapsicológico, o processo interpessoal é transformado em um processo intrapessoal, ou seja, primeiro no nível social e depois no nível individual. Esses processos se aplicam igualmente para a atenção voluntária, para a memória lógica e para a formação de conceitos.

A internalização é a reconstrução interna de uma operação externa. Vigotski (2001, p. 40-41) destaca que para acontecer a internalização são necessários três estágios. O primeiro estágio acontece na idade pré-escolar, em que a criança não é capaz de organizar o seu comportamento pela organização dos estímulos especiais. O segundo estágio do desenvolvimento, por sua vez, caracteriza-se pelo uso de signos externos, que é percebido como estímulo auxiliar e é um instrumento psicológico que age a partir do meio exterior. Já no terceiro estágio se materializa a internalização, ou seja, os signos externos se transformam em signos internos. Nas fases iniciais da infância como uma das funções psicológicas centrais, é a partir da memória que se constroem todas as outras funções necessárias para o aprendizado, como a percepção e a atenção.

Na THC, o desenvolvimento da criança é considerado como um processo dialético complexo. Vigotski (2001, p. 97) destaca que “[...] o aprendizado deve ser combinado com o desenvolvimento” e “[...] coerente com o nível de desenvolvimento da criança” (LEONTIEV *et al*, 2003, p. 10). A partir desse pensamento, elaborou a teoria do desenvolvimento potencial.

Para Vigotski (2010, p. 97) é necessário descobrir o nível de desenvolvimento da criança e a capacidade de aprendizado. Nessa teoria, o estado de desenvolvimento mental da criança só pode ser determinado por dois níveis: o primeiro nível de desenvolvimento real e o segundo nível de desenvolvimento proximal. O primeiro nível é o considerado aquele em que as funções mentais da criança já estabeleceram a partir do resultado de certos ciclos de desenvolvimento completados. O segundo nível é o distanciamento entre os dois níveis e que necessita da mediação do adulto ou da colaboração de alguém mais capacitado, pois o aluno necessita do professor para realizar uma tarefa por ele solicitada. Assim, o nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental do que a criança já se apropriou, enquanto o nível de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental do que poderá apropriar-se. Nesse sentido, “[...] permite delinear o futuro imediato e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não só ao que já foi atingido através do desenvolvimento como também aquilo que está em processo de maturação”. (VIGOTSKI, 2001, p. 98).

Essa relação contribui para que o professor consiga verificar o que a criança já apropriou dos conceitos científicos, para então, planejar suas ações e possibilitar a aprendizagem de conceitos mais complexos. Dessa forma, segundo Vigotski (2001)

> Um aspecto essencial do aprendizado é o fato de ele criar a zona de desenvolvimento proximal, ou seja, o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros (VIGOTSKI, 2010, p. 103).

Formados na relação com outras pessoas em diferentes meios sociais, o conceito em crianças está atrelado às suas lembranças, por meio de exemplos concretos, sem o caráter abstrato. A instituição escolar é percebida pela THC como um dos importantes espaços sociais para o desenvolvimento da pessoa. Produzidos pela necessidade do homem ao longo de sua história e transmitidos de geração a geração, conceitos científicos são ensinados na escola e são adquiridos por meio do ensino sistematizado, organizado e intencional. A partir das interações entre professores e alunos no ambiente da sala de aula, há a necessidade de se considerar os conhecimentos espontâneos[1] dos estudantes, para então, ensinar os conceitos científicos, pois a partir dos conceitos espontâneos, por meio da mediação de signos e instrumentos, tais conceitos transformam-se a partir de um processo em conceito científico.

Leontiev (2003, p. 68) destaca que a criança aprende “[...] mediante as relações práticas e verbais que existem entre ela e as pessoas que a rodeiam e, na atividade comum; quando o objetivo específico desta atividade é transmitir à criança

---

[1] Formados no cotidiano, principalmente, por tentativa e erro e com atributos comuns dos objetos

determinadas noções, capacidades e hábitos". Nesse sentido, o ensino exerce um papel ativo no desenvolvimento do aluno, mas para que isso se efetive é necessária uma atividade dirigida para o domínio do conhecimento e da cultura produzidos pela humanidade, desenvolve o pensamento, a capacidade de análise e a generalização dos fenômenos da realidade.

Na THC, o processo de ensino organizado e sistematizado conduz ao desenvolvimento e, para tanto, a apropriação de conceitos científicos, ensinados na instituição escolar e o são considerados promotores de desenvolvimento, além de que "[...] os conceitos são componentes importantes do conteúdo para qualquer matéria e entre elas, também da Ciência matemática". (TALIZINA, 2001, p. 21).

A formação de conceitos para o processo de ensino e aprendizagem se faz necessário para o desenvolvimento do sujeito. A aprendizagem de conceitos matemáticos é considerar a formação de conceitos desenvolvidos ao longo da vida do ser humano, em especial, desde a infância. Quando não se levar em consideração as oportunidades oferecidas e os estímulos a ela fornecidos e o processo de formação de conceitos, pode-se prejudicar futuras apropriações de conhecimentos acadêmicos.

Diante da importância da formação de conceitos para o processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos, serão destacados a formação de conceitos, segundo a THC, e o ensino da Matemática.

3.1 FORMAÇÃO DE CONCEITOS NA THC E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Ao pensar sobre o processo de ensino e aprendizagem da matemática, e a necessidade de se conhecer o processo de formação de conceitos no desenvolvimento do ser humano, para em outro momento, pensar sobre a formação de conceitos científicos.

Segundo pesquisadores da THC, o processo de aprendizado segue uma ordem lógica, desperta e dirige na mente da criança o processo de desenvolvimento estimulado pelo aprendizado.

O ensino de conceitos e os conceitos matemáticos se iniciam antes da criança ir à escola, por meio das interações sociais por meio de situações corriqueiras vivenciadas pela criança são necessárias para a formação de conceitos espontâneos e servirão de base para a formação de conceitos científicos no decorrer do ensino sistematizado no ambiente escolar.

Para Leontiev (2003):

> A aprendizagem da criança começa muito antes da aprendizagem escolar. A aprendizagem escolar nunca parte do zero. Toda a aprendizagem da criança na escola tem uma pré-história. Por exemplo, a criança começa a estudar aritmética, mas já muito antes de ir à escola adquiriu determinada experiência referente à quantidade, encontrou já várias operações de divisão e adição, complexas e simples; portanto a criança teve uma pré-escola de aritmética (LEONTIEV, 2003, p. 8).

Na THC, para que o indivíduo se aproprie de conceitos científicos, esse sujeito passa por um processo de pensamento, desde a mais tenra idade. Vigotski (1996, p. 71) considera que para a formação de conceitos, existe uma trajetória no pensamento, e esta está dividida em três fases básicas e se subdividem em estágios, isto é, essa trajetória passa pela imagem sincrética, pelo pensamento por complexos e conceitos potenciais.

A primeira fase inicia-se na infância, é dividida em três estágios. No primeiro, a criança realiza uma tentativa ou suposição, faz agrupamentos por tentativa e erro. No segundo estágio, grande parte dos objetos é organizada dentro do campo espacial ou temporal dos objetos. Já no terceiro estágio, a criança tenta dar significado ao agrupamento dos objetos.

A segunda fase é a passagem para um nível mais elevado, considerado como a fase mais importante da trajetória para a formação de conceitos, a criança faz uso do pensamento por complexo. Nessa fase "[...] o pensamento por complexos já constitui um pensamento coerente e objetivo, embora não reflita as relações do mesmo modo que o pensamento conceitual [...] a principal função dos complexos é estabelecer elos e relações" (VIGOTSKI, 1996, p. 53). Quando o sujeito agrupa objetos por algum atributo, seja pela cor, forma, tamanho ou qualquer outra característica que lhe permite fazer uma ligação entre o objeto e uma característica, tem-se o primeiro tipo básico de pensamento por complexos.

Essa fase está dividida em cinco estágios: o primeiro é denominado complexo associativo, a criança se apoia em semelhanças ou em outras conexões necessárias entre os objetos. O segundo estágio do pensamento é o mais longo, conhecido por complexo de coleções, e a criança agrupa os objetos a partir de um atributo. É considerada a mais pura forma do pensamento por complexos. O pensamento por complexo em cadeia “[...] adquire uma qualidade vaga e flutuante onde os atributos são considerados semelhantes não por causa de uma semelhança real, mas devido a uma vaga impressão de que eles têm algo em comum”. (VIGOTSKI, 1996, p. 55). No terceiro estágio conhecido por complexo em cadeia, o agrupamento é mais dinâmico e os elos são isolados em uma corrente única, consecutiva e os elos estipulados apresentam uma transmissão de significados de um elo para outro. O quarto estágio do pensamento na segunda fase é o complexo difuso. No pensamento complexo difuso o atributo inicialmente estipulado é trocado por outra rapidamente, são formados novos atributos por meio de conexões difusas e indeterminadas, indefinidos e não tem limite. Nesse momento, a criança faz transições, associações e generalizações em que o pensamento extrapola os limites do seu universo de experiências palpáveis. O último estágio, conhecido como pseudoconceitos é o mais elevado do desenvolvimento da formação de conceitos. Esse complexo desempenha um papel predominante no pensamento do sujeito na vida real, e é o elo de transição entre o pensamento por complexos e a formação de conceitos.

Os pseudoconceitos predominam sobre os outros complexos no pensamento do sujeito em idade pré-escolar. Embora, a generalização formada na mente do sujeito ainda é um complexo, esse se orienta pela semelhança concreta visível e não consegue agrupar com base em um conceito abstrato. Esse tipo de complexo desempenha um papel predominante no pensamento do sujeito na vida real. A vida real os complexos que correspondem ao significado das palavras não são desenvolvidos espontaneamente pela criança. O pensamento por complexo é predeterminado pelo significado que uma determinada palavra já possui na linguagem dos adultos.

A formação por complexos acontece concomitantemente à formação de pseudoconceitos e em todo o percurso do seu desenvolvimento. Vigotski (1996, p. 66) considera uma forma rudimentar e pode ser observada antes da criança começar a pensar por pseudoconceitos.

A terceira fase é a formação de conceitos e essa também está dividida em estágios. O primeiro estágio dessa fase é a abstração. O que Vigotski considera necessário para esse estágio é

> [...] para formar um conceito também é necessário abstrair, isolar elementos, e examinar os elementos abstratos separadamente da totalidade da experiência concreta de que fazem parte. Na verdadeira formação de conceitos, é igualmente importante unir e separar: a síntese deve combinar com a análise (VIGOTSKI, 1996, p. 66).

Não menos importante que os processos citados, o primeiro passo em direção à abstração se deu quando a criança agrupou objetos com um grau máximo de semelhança. A abstração não é perceptível pela criança, porque criança abstrai todo um conjunto de características, sem distingui-las claramente entre si de forma vaga e geral.

Os processos que levam à formação de conceitos evoluem ao longo de duas linhas principais, sendo a primeira a formação de complexos e a segunda a formação de conceitos potenciais. No processo de ensino e aprendizagem destinado ao período dos primeiros anos do Ensino Fundamental, a criança se encontra em um processo de formação do pensamento por conceitos e neste momento, o professor pode contribuir com os alunos no processo de formação de conceitos matemáticos, os quais são necessários para a aprendizagem de novos conhecimentos.

Vigotski (1996) considera que para criar métodos eficientes para a instrução de crianças em idade escolar no conhecimento sistemático, é necessário entender o desenvolvimento dos conceitos científicos na mente da criança. Vigotski (1996) ainda destaca

> [...] o desenvolvimento de conceitos, ou dos significados das palavras, pressupõe o desenvolvimento de muitas funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar. Esses processos não podem ser dominados apenas através da aprendizagem inicial (VIGOTSKI, 1996, p. 71-72).

Contudo, a pessoa constrói a partir de sua realidade, conhecidos como conceitos espontâneos e os conhecimentos que tiveram a influência de um adulto ou de outra pessoa mais experiente são conhecidos como conceitos não espontâneos.

Os conceitos não espontâneos precisam possuir todos os traços peculiares ao pensamento da criança em cada nível do desenvolvimento, pois esses conceitos não são aprendidos mecanicamente, mas se desenvolvem com a ajuda de atividades mentais pela própria criança. Em um processo único, o desenvolvimento dos conceitos espontâneos e não espontâneos se relacionam e se influenciam constantemente. Isso favorece a formação dos conceitos científicos, que exige um sistema hierárquico de inter-relações e após um determinado tempo as inter-relações constituem o meio no qual a consciência e o domínio se desenvolvem e, mais tarde, são transferidos a outros conceitos e a outras formas de pensamento.

A partir do momento que a criança adquire na escola conceitos científicos e a relação com um objeto é mediada pela linguagem, esse processo, desde o início, é mediado por algum outro conceito.

O desenvolvimento do pensamento lógico é um dos fatores mais importantes do sucesso escolar (LEONTIEV, 2003, p. 25), assim como o desenvolvimento das generalizações e abstrações (VIGOTSKI, 2001) estão atrelados um ao outro.

Para Barbosa (2014, p. 54) “[...] o ensino de Matemática envolve a formação de várias habilidades e a consolidação dos conhecimentos de vários conteúdos”, ou seja, para o aprendizado de conceitos científicos relacionados à área de matemática é necessário que o estudante tenha se apropriado de habilidades. As contribuições e as influências do meio, que a criança está inserida, podem auxiliar o aprendizado e não só os conceitos matemáticos, mas também os conceitos de outras disciplinas, como por exemplo, o conhecimento das cores, tamanhos, formas, noções espaciais, noções temporais, entre outros.

A escola, instituição responsável pela transmissão de conhecimentos historicamente produzidos e acumulados pela humanidade, faz a mediação entre esses conteúdos por meio da linguagem utilizada pelo professor. Assim, “a tarefa do professor é garantir a assimilação completa dos conceitos e a prática escolar, depreende-se que essa tarefa não se resolve satisfatoriamente como o exigem os objetivos da educação escolar”.[2] (TALIZINA, 2001, p. 21).

> Os conceitos não se assimilam passivamente, mas têm de ser ‘construídos’. A tarefa do docente não é apresentar conceitos novos já construídos; tarefa e dever do docente é, em primeiro lugar, demonstrar como a utilização de um conceito velho – ou a não utilização de um conceito novo – cria contradições e incertezas, para facilitar depois o processo de ‘construção’, permitindo assim superar as contradições e reduzir a incerteza (LEONTIEV, 2003).

[2] La tarea del maestro es garantir la asimilacion completa de estos conceptos. Considerando a la práctica escolar vemos que, esta tarea se resuelve no tan exitosamente como lo exigen los objetivos de la educación escolar.

A formação dos conceitos se inicia em situações da vida diária, conhecido como conceitos espontâneos, e durante o processo de ensino/aprendizagem, desenvolvem-se os conceitos científicos, como a mediação do professor. Para Vigotski (1996, p. 74), “[...] o estudo dos conceitos científicos tem importantes implicações para a educação e para o aprendizado. Embora esses conceitos não sejam absorvidos já prontos, o ensino/aprendizagem desempenham um importante papel na sua aquisição”. A formação dos conceitos é um processo complexo e exige muitos estímulos (visuais, auditivos, entre outros) necessários para a efetiva aprendizagem, e não apenas a aprendizagem de conceitos matemáticos acontece única e, exclusivamente, no ambiente escolar.

Nessa perspectiva, a cada ano escolar os conceitos apresentados aos estudantes exigem o domínio de conceitos anteriormente apropriados e generalizados. Nos estudos realizados por Leontiev (2003), esse pesquisador considera

> [...] o domínio de conceitos cada vez mais complexos favorece o desenvolvimento da abstração e da generalização, conduz à formação e ao aperfeiçoamento de operações lógicas, ao desenvolvimento da criatividade, à iniciativa e a independência na assimilação de conhecimentos (LEONTIEV, 2003, p. 22).

Quando exposto ou apresentado um conteúdo novo ao estudante, esse novo conteúdo é percebido como um problema e para a sua resolução existe a necessidade da formação de um conceito. O espaço da sala de aula é o ambiente adequado para exigir e estimular o intelecto do estudante e, só assim, no contato desse novo, por meio de novas exigências, proporcionando-lhe uma série de novos objetos, o seu raciocínio atingirá os estágios mais elevados.

Para Vigotski, a formação de conceitos é resultado de uma atividade complexa, “[...] no entanto, o processo não pode ser reduzido à associação, à atenção, à formação de imagens, à inferência ou às tendências determinantes” (VIGOTSKI, 1996, p. 50). Porém, são indispensáveis e insuficientes, sem meio pelo qual são conduzidas as operações mentais, pelo uso do signo ou da palavra. Cabe destacar, nesse momento, a importância da mediação do professor, para a formação dos conceitos.

> A comunicação verbal com os adultos torna-se um poderoso fator no desenvolvimento dos conceitos infantis. A transição do pensamento por complexos para o pensamento por conceitos não é percebida pela criança porque os seus pseudoconceitos já coincidem, em conteúdo, com os conceitos do adulto. Assim, a criança começa a operar com conceitos, a praticar o pensamento conceitual antes de ter uma consciência clara da natureza dessas operações (VIGOTSKI, 1996, p. 59).

Quando a criança percebe o significado das palavras, ela se refere aos mesmos objetos que o adulto tem em mente, porém pensa a mesma coisa de um modo diferente, por meio de operações mentais diferentes.

Na sequência, com o desenvolvimento da abstração, formam-se os conceitos potenciais. No processo de agrupamento de objetos, quando o sujeito prioriza semelhanças possíveis ou criam um atributo, os conceitos podem ser formados tanto na esfera do pensamento perceptual como na esfera do pensamento prático voltado para a ação.

De acordo com Vigotski (1996),

> [...] domínio da abstração, combinado com o pensamento por complexos em sua fase mais avançada, permite à criança progredir até a formação dos conceitos ‘verdadeiros’ [...] e assim ‘um conceito só aparece’ quando os traços abstraídos são sintetizados novamente, e a síntese abstrata daí resultante torna-se o principal instrumento do pensamento (VIGOTSKI, 1996, p. 68).

Para Vigotski (2001, p. 228) “[...] com o início da puberdade e ao término da primeira idade escolar, começam a desenvolver-se na criança os processos que levam à formação dos conceitos e ao pensamento abstrato” e será na adolescência que “[...] a criança chega ao pensamento por conceitos e conclui o terceiro estágio da evolução do intelecto”. Assim, a própria noção de conceito científico implica certa posição em relação a outros conceitos, isto é, para apropriar-se de um novo conceito (VIGOTSKI, 1996, p. 80). Um conceito científico se agrega a outro de maior complexidade e é, nesse sentido, que os conceitos matemáticos são ensinados ao longo da vida acadêmica.

Para Leontiev (2003) é necessário valorizar a comunicação para o desenvolvimento mental. Faz parte do processo de ensino/aprendizagem a comunicação verbal e esta deve ser adequada ao nível do desenvolvimento alcançado por cada estudante. A linguagem utilizada pelo professor desempenha um papel decisivo para o aprendizado de todo e qualquer estudante, visto que a linguagem é considerada o instrumento específico que permite ao homem se apoderar da experiência histórico-social da humanidade. Nesse seguimento, a partir da alfabetização matemática a apropriação de conceitos matemáticos são formados e utilizados em conteúdos nos anos escolares seguintes.

Quando o aprendizado se inicia, seja nas situações do contexto social, seja nas situações vivenciadas no ambiente escolar, as funções necessárias estão imaturas. A criança adquire certos hábitos e habilidades em uma área específica, antes de aprender a aplicá-los conscientemente, ou seja, o aprendizado precede o desenvolvimento.

Segundo Vigotski (1996, p. 92)

> [...] um nível mais elevado na esfera dos conceitos científicos também eleva o nível dos conceitos espontâneos. Uma vez que a criança já atingiu a consciência e o controle de um tipo de conceitos, todos os conceitos anteriormente formados são reconstruídos da mesma forma.

A mediação do objeto de ensino, a exigência de leituras e dos trabalhos escolares gradualmente desenvolvem os conceitos e o fator principal aqui, nesse desenvolvimento, é o trabalho de mediação do professor, por meio do uso da linguagem. Portanto, é a partir de um conceito espontâneo que se abre o caminho para um conceito científico. Não é possível exigir de um sujeito a aprendizagem de determinado conceito, se o conceito espontâneo não atingiu o nível adequado a sua aprendizagem.

> A disciplina formal dos conceitos científicos transforma gradualmente a estrutura dos conceitos espontâneos da criança e ajuda a organizá-los num sistema; isso promove a ascensão da criança para níveis mais elevados de desenvolvimento (VIGOTSKI, 1996, p. 100).

Diante dessas considerações, os conceitos científicos e espontâneos se desenvolvem em direções opostas, os dois processos estão intimamente relacionados, necessitando do desenvolvimento um do outro.

No momento em que o sujeito consegue defini-lo, verbalmente, e aplicá-lo em operações não espontâneas, desenvolve-se o conceito científico.

> Os conceitos científicos, por sua vez, fornecem estruturas para o desenvolvimento ascendente dos conceitos espontâneos da criança em relação a consciência e ao uso deliberado. Os conceitos científicos desenvolvem-se para baixo por meios dos conceitos espontâneos; os conceitos espontâneos desenvolvem-se para cima por meio dos conceitos científicos (VIGOTSKI, 1996, p. 93-94).

Para Vigotski (2001) cada conceito é uma generalização. Os níveis mais elevados, no desenvolvimento do significado das palavras, são regidos pela lei de equivalência de conceitos, segundo a qual qualquer conceito pode ser formulado em termos de outros conceitos de inúmeras formas. A cada novo estágio do desenvolvimento da generalização se constrói sobre as generalizações do nível conforme o sujeito atinge níveis mais elevados de generalidade, fica mais fácil para a criança lembrar-se de pensamentos, independente de palavras, ou seja, os conceitos novos e mais elevados, por sua vez, transformam o significado dos conceitos inferiores.

Para a aprendizagem de conceitos matemáticos, Vigotski (1996) destaca

> Num nível mais elevado, descobrimos uma relação análoga entre as antigas e as novas formações, no que diz respeito ao desenvolvimento dos conceitos aritméticos e algébricos. A transformação dos pré-conceitos (é o que geralmente são os conceitos algébricos dos adolescentes, é alcançada por meio das generalizações do nível anterior. No estágio anterior, certos aspectos dos objetos haviam sido abstraídos e generalizados em ideias de números. Os conceitos algébricos representam abstrações e generalizações de certos aspectos dos números, e não dos objetos, iniciando assim uma nova tendência – um plano de pensamento novo e mais elevado (VIGOTSKI, 1996, p. 98).

Um sujeito se apropria de um conceito, passa de um nível para outro, quando tem consciência do objeto que opera, pois

> [...] sem estar consciente dele enquanto tal, não se pode afirmar que ela o domina. Uma vez que já tenha sido incorporada ao seu pensamento – em geral por meio de conceitos recentemente adquiridos na escola –, a nova estrutura gradualmente se expande para os conceitos mais antigos, à medida que estes se inserem nas operações intelectuais de tipo mais elevado (VIGOTSKI, 1996, p. 99).

Da mesma forma que a pessoa aprende a escrever os números, a somar e a multiplicar, a resolver problemas e por meio desses conhecimentos, se apropria do sistema decimal ou “[...] quando a criança aprende alguma operação matemática ou algum conceito científico, o desenvolvimento dessa operação ou conceito apenas começou" (VIGOTSKI, 1996, p. 87), pois a apropriação de conceitos é um processo complexo. Nessa acepção, Bogoyavelensky e Menchinskaya (2003, p. 54) destacam:

> [...] os conceitos matemáticos (no campo da álgebra e das matemáticas superiores) compreendem noções em que a separação do pensamento e da realidade nunca é nítida, posto que o material inicial para estes setores da matemática compreende apenas conceitos abstratos. Em cada etapa superior de abstração, todavia, a aquisição de noções matemáticas baseia-se no conhecimento concreto adquirido na anterior etapa de aprendizagem. Assim, na matemática superior estes dados iniciais são as noções aritméticas e algébricas; na álgebra, os conceitos e as regras de aritmética. A aritmética, pelo contrário, baseia-se na análise de fatos reais, e as generalizações destes fatos dá lugar ao fundamento dos conceitos aritméticos, ou seja, ao número (BOGOYAVENSKY; MENCHINSKAYA, 2003, p. 54).

Nesta linha de pensamento, o aluno poderá apresentar dificuldades em se apropriar dos conceitos mais complexos, se não apropriou dos anteriores. A apropriação do conceito de números, classificação, comparações entre maior/menor, posição como em cima/embaixo, sequência numérica, adição, subtração, multiplicação e divisão, e o processo aritmético das operações básicas, serão fundamentais à aprendizagem do conceito de frações.

Ao se pensar na importância do processo de formação de conceitos matemáticos, faz-se necessário relacionar às contribuições de Vigotski, para a formação de conceitos no processo de desenvolvimento do ser humano e dar continuidade nas pesquisas desenvolvidas por Talizina para o processo de formação de conceitos matemáticos. Com apoio nas ideias da THC, a forma como Talizina (2001) contribui com Teoria da formação dos conceitos matemáticos será o assunto da próxima unidade.

3.2 FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO PROCESSO DE ENSINO

O acesso ao ensino sistematizado pode contribuir para que o sujeito compreenda os fenômenos da natureza e os conhecimentos historicamente produzidos pelos homens. Porém, na trajetória da história da educação brasileira, constatam-se os momentos de avanços e as discussões sobre o ensino da educação pública e a isso relacionamos o ensino da matemática, a necessidade de um olhar mais criterioso do ponto de vista pedagógico e certo descaso nos documentos legais que norteiam e organizam esta Ciência no ensino.

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática na educação básica, principalmente os alunos da escola pública, têm preocupado professores e pesquisadores ao longo de muitos anos. As dificuldades de aprendizagem dos conteúdos matemáticos são percebidas em instituições de ensino e estudos apontam que muitos estudantes estão terminando as etapas da Educação Básica, sem apropriar-se dos conceitos necessários para a o aprendizado de novos conhecimentos.

O resultado insatisfatório nas avaliações externas realizadas no Brasil e a colocação do país no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, 2017, 2019) revelam a dificuldade ou a falta de apropriação de conceitos básicos para a aprendizagem matemática.

Segundo Viginheski et al. (2017), as dificuldades de aprendizagem em matemática vão além desses índices, pois "[...] um dos problemas relacionados ao ensino da Matemática se refere ao fato de que estudantes têm concluído a formação básica, sem se apropriar dos conceitos ensinados pela escola".

Considera-se que o processo de ensino e aprendizado antecede o ingresso da criança na instituição escolar e a formação de conceitos inicia-se pela interação social, mas é por meio do ensino planejado e sistematizado na instituição escolar, que os conceitos científicos são apropriados, dentre eles o matemático.

Conforme Nuñez e Gonçalves (2017) Galperin contribui com a Teoria Planejada das Ações Mentais e dos Conceitos e toma como referência três subsistemas: a orientação, as características da ação e as etapas de assimilação. Na sequência de estudos e pesquisas, escolhe-se Talizina (2000, 2001) que, na década de 1990, realizou no México investigações no campo educacional, unindo a ciência com a prática pedagógica e contribuindo com a teoria de formação de conceitos matemáticos durante o processo de ensino.

3.2.1 A teoria planejada das ações mentais e dos conceitos

Essa seção tem por objetivo discutir segundo os pressupostos da THC, as contribuições da Teoria da Formação das Ações Mentais e dos Conceitos e, em especial, da teoria da Base Orientadora da Ação elaborada por Galperin. Este estudo valoriza o processo de ensino e aprendizado, como forma de contribuir para a prática pedagógica na disciplina de Matemática, que busca aproximar a fundamentação teórica para a análise e reflexão sobre as dificuldades de formação de conceitos.

Uma das preocupações de Galperin (2009) foi como se formam os conhecimentos, destaca "[...] que a maior parte dos conhecimentos se forma no processo de aprendizagem escolar, o problema se reduz a como se formam, neste processo, as novas representações e os conceitos" e continua "[...] no processo de aprendizagem não só se ensina diretamente o novo conhecimento, mas também se ensinam os modos de sua assimilação". Leontiev (2003) destaca

> [...] para aprender conceitos, generalizações, conhecimentos, a criança deve formar ações mentais adequadas. Isto pressupõe que estas ações se organizem ativamente. Inicialmente, assumem a forma de ações externas que os adultos formam na criança, e só depois se transformam em ações mentais internas (LEONTIEV, 2003, p. 74).

Para Galperin (2009, p. 67), o conceito pode servir para diferentes fins, pois seu principal objetivo consiste em refletir a realidade e orientar sua utilização, que deve se converter em ação mental. Dessa forma, (GALPERIN, 2009) a assimilação da ação (componentes do conceito dado) acontece em três etapas:

1ª) Etapa de ação materializada;

2ª) Etapa de ação na linguagem falada em voz alta;

3ª) Etapa de ação em nível mental, quando os índices do conceito se utilizam mentalmente, só para si.

Galperin (2001) mostra como no processo de ensino e aprendizagem, os estudantes assimilam conceitos científicos e descobriu as ações necessárias para a efetivação deste processo. Verificou que a assimilação acontece por etapas essenciais, chamadas ações mentais. A ação mental é a forma final durante toda a vida de transformação da ação, que parte da forma externa para a interna. Antes o aluno realiza a ação na prática, transforma os objetos externos, que ora ele o realiza na sua mente, opera com as imagens destes objetos. Além disso, os objetos podem ser apresentados na forma concreta ou por conceitos. Primeiramente, a forma mental se dá por meio da manipulação, depois pela linguagem externa, em que pronuncia todas as operações, mesmo que mentalmente sem a sonorização. Gradualmente, a pronuncia passa a ser desnecessária e a ação se realiza com a linguagem interna. Neste caso, diz-se que a ação passa da forma externa para a interna. A ordem do processo acontece a partir da forma materializada para a forma perceptiva e depois para a forma verbal externa e posteriormente, para a forma mental interna.

Para Leontiev (2003, p. 67) as "[...] ações mentais, como ler, escrever e fazer contas [...] surgem sob a influência do ensino que dirige de maneira específica a atividade da criança, que organiza as suas ações". A ideia fundamental da teoria de Galperin é que novas ações mentais por natureza, ações objetivas, se realizam com o apoio de objetos externos, a partir da manipulação. Assim, considera que "[...] a ação mental pode ser determinada como a capacidade de realizar 'mentalmente' uma transformação determinada do objeto" (GALPERIN, 2001, p. 80). Destaca-se, então, que toda ação mental se desenvolve em etapas: motivacional, estabelecida pela base orientadora (BOA), formação da ação no plano material ou materializado, formação da ação na linguagem externa e ação no plano mental.

A etapa da orientação é fundamental, pois nela o sujeito compreende a situação e se prepara para realizar a tarefa, ou seja, primeiro orienta a criança, mostra as ações a realizar e o seu resultado. Leontiev (2003, p. 74) comenta que "[...] esta é a 'base de orientação' para as primeiras ações que as crianças aprendem a realizar. Pode-se dizer que essas se realizam na forma de ações externas com objetos externos, depois da intervenção do adulto". Depois, é possível passar para a fase de execução. O êxito da execução dependerá da qualidade da orientação. O controle da situação e dos resultados é o elemento mais móvel, visto que ele aparece desde a orientação, e também está presente na execução, servindo para a avaliação dos resultados. A orientação é uma das funções da atividade psíquica e da comunicação do estudante no processo de aprendizagem.

O modelo Base Orientadora da Ação (doravante BOA) é um esquema conceitual-operativo. Galperin (2001) define BOA como o sistema de condições (materiais e subjetivos) critérios, conhecimentos e procedimentos nos quais o sujeito precisa se apoiar para a realização da ação como para o controle e verificação dos resultados. Existem três tipos de BOA, BOA I, II e III.

No primeiro tipo de BOA, conforme define Galperin (2001, p. 77) os alunos não conseguem formar uma imagem completa da ação a ser realizada. A orientação resulta incompleta, insuficiente e fraca. Nessa etapa não fica claro para o estudante quais conhecimentos, conceitos e procedimentos devem utilizar na resolução das etapas de ensino e fica pautada em tentativa e erro.

Na BOA, do tipo II, a orientação se realiza de maneira completa, para um tipo particular de uma série ou grupo de objetos. Para cada nova ação, dos demais tipos particulares de objetos, a orientação necessita ser repetida, o aluno compara cada elemento da tarefa com a parte correspondente do material e depois faz a operação, desta forma "[...] esta etapa a base orientadora completa da ação para a nova tarefa, explica suas conexões e relações objetivas" (GALPERIN, 2009, p. 77). Destaca-se, também, como regra geral, que em princípio o sujeito leva em consideração as ações e, se não se controla, atua a seu modo, regressando as tentativas e os erros. Nesse momento, como alguns elementos já foram assimilados, o processo de formação da ação é mais rápido que na anterior, os erros cometidos pelos estudantes são menores e as ações são executadas corretamente.

Na BOA III, a orientação também é dada de forma completa, entretanto, os estudantes conseguem identificar as propriedades essenciais gerais do objeto de estudo. Como a orientação parte dos conceitos, das categorias e das leis gerais da Ciência, ou seja, inicia do geral para os casos particulares, a apropriação acontece de forma efetiva. Assim, consequentemente, a aprendizagem do terceiro tipo conta com três partes:

> 1ª A formação da análise geral;
> 2ª Sua aplicação a uma tarefa particular (com traços da imagem e do material);
> 3ª A formação da ação especial através da execução desta tarefa particular (GALPERIN, 2009, p. 79).

Nessa etapa, contudo é necessário que o estudante participe ativamente na elaboração e que domine os conceitos gerais, para que assim, aplique-os aos casos particulares dos objetos de estudo. Galperin (2001, p. 79) considera que a BOA III é a mais desejável na organização do processo de ensino e aprendizagem e é o que melhor conduz à formação dos conceitos científicos nos estudantes.

Portanto, Galperin (2009, p. 88) destaca que “[...] o curso automático da ação generalizada, abreviada e traçada no plano mental constitui o mecanismo psicológico do conceito” no processo de aprendizagem do conceito.

Para tanto, escolhemos a teoria da formação de conceitos matemáticos no processo de ensino elaborado por Talizina.

3.2.2 A formação dos conceitos matemáticos

Um pressuposto básico da THC é que os alunos se apropriam de conceitos a partir das experiências sociais. Vygotski (1998) ao estudar sobre a divisão de conceitos científicos e não científicos, refere-se às vias para a assimilação dos conceitos científicos e não ao conteúdo. Com o sistema de conceitos existentes na sociedade, a apropriação dos conceitos pela criança se dá com ajuda do adulto, inicialmente, com a formação dos conceitos espontâneos ou cotidianos, e depois, na instituição escolar, a partir do processo do ensino sistematizado, o conhecimento dos conceitos espontâneos passam por atividades organizadas e dirigidas para a formação dos conceitos científicos.

Na década de 1990, Talizina realizou investigações no campo educacional, unindo a ciência e a prática pedagógica, contribuindo, assim, com a teoria de formação de conceitos matemáticos durante o processo de ensino. O estudo apontou que a realização das recomendações indicadas, conduz a assimilação exitosa de conceitos matemáticos.

Segundo Talizina (2000) a formação do conceito é um produto das próprias ações dos alunos, assim, a formação dos conceitos matemáticos não pode ser assimilada, sem a apropriação de um sistema de conhecimentos e atividades lógicas iniciais. Contudo, as ações mediadas pelo professor servem como instrumentos para a construção do conceito.

Talizina (2001) considera o conceito como um dos componentes mais importantes no processo de ensino, tanto nos conteúdos matemáticos, como nas demais disciplinas. Percebeu-se que, no ensino formal, os alunos reproduziam corretamente a definição de um conceito, mas não conseguiam aplicá-lo na resolução de problemas. Nessa linha de pensamento, a teoria da formação de conceitos matemáticos orienta e sistematiza o trabalho do professor para uma aprendizagem efetiva.

A partir da teoria da atividade do ensino, conhecida como Teoria da Formação das Ações Mentais por Etapas, iniciada pelos trabalhos de P. Ya. Galperin, a teoria da assimilação permite dirigir os processos de ensino na matemática e, formar as ações cognitivas e os conhecimentos relacionando-os. Esse processo inclui seis etapas, durante as quais as ações e os conhecimentos que se assimilam se convertem gradualmente de habilidades externas materializadas em habilidades internas, intelectuais.

Talizina (2001, p. 21) destaca que “[...] a tarefa do professor é organizar a assimilação completa dos conceitos”. No estudo do processo de ensino da matemática, esta área de conhecimento se relaciona com capacidades matemáticas e para a apropriação de conceitos matemáticos uma série de aspectos lógicos, psicológicos e didáticos, sendo essencial a mediação do professor no processo de elaboração dos conceitos. Nessa linha de pensamento, o resultado do ensino é a formação de diferentes tipos de atividades cognitivas ou de seus elementos, como conceitos, representações e ações mentais.

A apropriação dos conhecimentos pressupõe a formação de ações cognitivas que constituem os meios específicos que caracterizam a uma ou outra área de conhecimento. Sua formação é possível só sobre a base do material concreto e, assim, no ensino de conceitos matemáticos, o pensamento matemático não é formado, se não incluir os conhecimentos matemáticos.

Para a formação das habilidades do pensamento matemático, Talizina (2001; 2000) diferencia o conceito em dois tipos: volume e conteúdo. O volume se compreende como uma classe de objetos que se relacionam com o conceito e esses objetos se unem por meio desses. Já o conteúdo se relaciona o sistema de características essenciais, cuja base surge na união dos objetos dados na classe e, denomina o conjunto de características que unem os objetos em classes únicas como características necessárias e suficientes, porém a relação entre características é diferente em conceitos diferentes. Nessa abordagem, algumas características se complementam e confirmam o conteúdo que une os objetos dessa classe. Para esse tipo de relação Talizina (2001) denomina conjuntivo, pois se unem por meio da conjunção “e”. Em outros conceitos, as relações entre as características necessárias e suficientes são outras, e não se complementam, mas se substituem, são equivalentes a outra e se relacionam através da conjunção “ou”, motivo pelo qual, é conhecida como disjuntiva e consequentemente, os conceitos se chamam disjuntivos.

Talizina (2000, 2001) divide os conceitos em absolutos e relativos. O mesmo nome do conceito absoluto é dado para o específico. Os conceitos absolutos unem os objetos em classes de acordo com as características determinadas e indicam a essência dos objetos. Nos conceitos relativos, as características dos objetos se unem em classes de acordo com os elementos e se relacionam com outros objetos.

Após essas definições, no processo de ensino, Talizina (2000, p. 220-221) comenta que alguns alunos, por se encontrarem no nível dos conceitos “cotidianos”, utilizam as características essenciais e “[...] não as têm no nível de sua consciência e não as podem utilizar no processo de resolução de problemas de maneira orientada para o objeto”. Assim, os conceitos formados pelas crianças, na escola, iniciam com a compreensão consciente das características do conceito e os alcança a partir da introdução da definição. Para que isso ocorra, os alunos convertem os conceitos espontâneos, em elementos de seu desenvolvimento intelectual, pois segundo Talizina (2001, p. 26), “[...] o conceito não pode ser uma imagem concreta sensorial, sem que, essa imagem abstrata funcione dentro do nosso pensamento em estreita relação com a palavra e com a linguagem”, para que então, o conceito científico apropriado se converta em uma imagem abstrata e generalizada.

No processo de apropriação dos conceitos, a definição não constitui a etapa final na apropriação de um conceito, proporcionando um certo ponto de vista (base orientadora), não pode ser transmitida de forma acabada, logo, deve interatuar com os objetos relacionados ao conceito trabalhado. Como na definição só participam as características necessárias e, simultaneamente, suficientes, Talizina (2001, p. 27) destaca que a partir da definição, com a análise de diferentes objetos, o conceito se forma gradualmente na mente dos alunos, como uma imagem generalizada e abstrata dos objetos da classe dada. Isso se dá quando o aluno faz a inclusão da definição do conceito em ações com objetos correspondentes e, com a ajuda dos quais, constroem em sua cabeça, o conceito acerca desses objetos.

Como a definição não é considerada o fim da assimilação do conceito e, sim, o primeiro passo, o seguinte passo é a inclusão do conceito com aquelas ações que os escolares realizam com os objetos correspondentes. Com ajuda do adulto ou de um colega mais experiente, o aluno constrói em sua cabeça o conceito do objeto e, posteriormente, o professor poderá ensiná-los a orientar-se no conteúdo da definição durante a realização de diferentes ações com os objetos, como manipular objetos por exemplo.

Para Talizina (2001), a ação é como a unidade a ser utilizada para a análise de qualquer processo de aprendizagem, pois se não considerar as ações, é impossível construir os objetivos de ensino de maneira correta e fundamentada, para a apropriação dos conhecimentos com qualidade. Defende também que durante o estudo de qualquer matéria é necessário que o professor compreenda sobre atividade cognitiva. Assim, divide as ações que se incluem na atividade de aprendizagem escolar em dois grupos, os gerais e os específicos.

O grupo das ações específicas refletem as particularidades do objeto que se estuda e, por isso, são utilizadas dentro dos limites da área dada de conhecimentos. Os tipos gerais de atividade cognitiva recebem essa denominação, porque são utilizadas em diferentes áreas durante o trabalho com diferentes conhecimentos. Com os tipos gerais estão relacionadas habilidades para recordar, para ser atento, para observar, etc. Com os tipos gerais da atividade cognitiva se relacionam a todos os meios de pensamento lógico.

Durante o processo escolar, os tipos de atividades cognitivas não funcionam de maneira isolada e, sim, em estreita inter-relação, o que pressupõe a utilização tanto de ações específicas como lógicas. Por isso, durante a construção do conteúdo de ensino, segundo a matéria escolar e o estabelecimento da sequência de seu estudo, é necessário considerar as relações e inter-relações de acordo com as três linhas:

> a) conhecimentos específicos (objetos) da matéria;
> b) tipos específicos das atividades; e
> c) hábitos lógicos do pensamento e conhecimentos lógicos que se incluem com eles (TALIZINA, 2000, p. 102-103).

A formação do pensamento lógico acontece no processo de ensino, em que “um meio se constrói sobre o outro” (TALIZINA, 2000, p. 72) e, para isso, existe uma sequência hierárquica dentro do sistema de conceitos e algumas condições a serem seguidas. Os conhecimentos lógicos são o produto da realização de determinadas ações e, ao mesmo tempo, a assimilação dos meios do pensamento lógico pressupõe o apoio em conhecimentos lógicos determinados. Elegeram-se entre as ações, a ação de reconhecimento, a condução ao conceito, a dedução de consequências, a comparação e a classificação.

Talizina (2000) destaca que a ação de reconhecimento pode ser utilizada durante a formação de conceitos com a estrutura conjuntiva, assim, a regra de reconhecimento é:

> - o objeto se relaciona com o conceito dado, se possui pelo menos uma das características, entre as características alternativas;
> - se o objeto não possui nenhuma destas características, então não se relaciona com o conceito dado;
> - se não se sabe nada a respeito de todas as características, se estas estão ou não, então tampouco se sabe se este objeto se relaciona ou não com o conceito dado (TALIZINA, 2001, p. 31).

Nessa linha de pensamento, a primeira ação que se deve formar no aluno é a habilidade para identificar as características do objeto. Ao ensinar a habilidade de ver e identificar, no objeto, suas características é possível que o aluno faça a comparação desse objeto com outros objetos que possuem outras características. Assim, enquanto os alunos aprendem a identificar nos objetos as diferentes características, simultaneamente, o professor pode ensinar outro componente do pensamento lógico: a formação do conceito das características gerais e diferenciais dos objetos. Nesse momento, os alunos são ensinados a diferenciar nos objetos as características essenciais (importantes), desde o ponto de vista do conceito determinado, das características irrelevantes (não importantes) ou secundárias. Consequentemente, “[...] é necessário mostrar que qualquer característica essencial é geral para a classe de objetos, pois nem cada característica geral é essencial” (TALIZINA, 2001, p. 73-74). Dessa forma, os conceitos das características gerais e diferenciais são necessários para a assimilação de toda uma série de meios lógicos mais complexos.

Segundo Talizina (2000), na ação de condução ao conceito, todos os componentes se relacionam com os conhecimentos objetos concretos e com as ações específicas que caracterizam a matéria dada. Além disso, pressupõe a assimilação de todo um sistema de outros conhecimentos e operações lógicas, por exemplo, a compreensão das características necessárias e suficientes, das diferenças entre o necessário e o suficiente, na identificação das características no objeto, a diferença entre a característica essencial e irrelevante, etc.

A ação da comparação de objetos possibilita a identificação de uma variedade de características no objeto e o meio de mudança das características, que dá a possibilidade de distinguir as características essenciais das características não essenciais. Com o ensino desse meio, é possível apresentar ou demonstrar aos alunos uma série de conceitos matemáticos (conhecimentos): características, características gerais e diferenciais, características essenciais e irrelevantes.

Como alguns alunos apresentam dificuldades durante a escolha da base para a comparação, Talizina (2000) sugere ao professor o uso dos indicadores concretos quantitativos e qualitativos da característica do objeto. A comparação pode ser realizada de acordo com aspectos qualitativos de uma ou outra característica (por exemplo, cor, forma), como quantitativos (mais ou menos, mais largo ou mais curto, mais baixo ou mais alto, etc.). Para a comparação quantitativa, é necessária a presença do modelo único, em que o professor ajuda a realizar a ação da comparação. Esse tipo de comparação se chama imediata e, sobre sua base, forma-se a comparação mediatizada/mediada.

O trabalho de formação do meio de comparação deve iniciar com a identificação dos componentes dessa ação e só será concreta quando utilizada, durante a comparação dos objetos e fenômenos homogêneos da realidade do aluno e de acordo com as características essenciais. Quando os alunos utilizam esse meio de identificação nas diferentes características dos objetos e o professor seleciona os objetos para a comparação, sem a indicação de exigência e, posteriormente, apresentam-se as outras características dos objetos, pode formar o meio de comparação no nível mais alto. Se o professor não realiza esse meio de comparação, muitos alunos ficarão no nível cotidiano, sem que deem conta do conteúdo e não obtenham a habilidade para utilizá-lo de maneira consciente e voluntária, como um meio cognitivo completo e válido.

Talizina (2000) comenta que a comparação pressupõe a habilidade para executar as seguintes ações:

> Identificação das características nos objetos;
> Estabelecimento das características gerais;
> Identificação da base da comparação (uma característica essencial); e
> Comparação de objetos de acordo com a base escolhida (TALIZINA, 2000, p. 74).

Segundo Talizina (2000), a ação de dedução de consequências deve começar nos anos iniciais e ser contínua até os níveis mais complexos do aprendizado. A execução dessa ação pressupõe que os alunos tenham conhecimento de vários tipos de características e, nesse caso, as características necessárias, pois cada objeto de uma determinada classe possui um sistema de características sem as quais, não pode ser relacionado com a classe dada ao objeto. Nesse tipo de ação é necessário ensinar os alunos a deduzem as consequências a partir do objeto pertencente ao conceito dado. A quantidade de características que pode ser indicada com o objeto depende do conteúdo do conceito e do nível dos conhecimentos dos alunos acerca desse. Como dedução da correspondência lógica, praticamente, é uma ação contrária, em comparação, com a indução ao conceito. Durante a indução ao conceito é necessário, de acordo as características determinadas, resolver o problema acerca da relação do objeto dado, a classe de objetos fixados no conceito. Portanto, durante a dedução das correspondências o objeto se relaciona à classe dada e enquanto na indução das características, utiliza-se a confirmação dada, sucede o contrário.

A ação de condução ao conceito, “[...] requer de uma análise especial, que pressupõe todo um sistema de conhecimentos e habilidades prévias, não só da matéria dada, como também de lógica” (TALIZINA, 2000, p. 222). Como o conceito pode apresentar características com estrutura conjuntiva ou características com estrutura disjuntiva, é necessário diferenciar esses dois casos de indução ao conceito, para que os alunos formem hábitos corretos e não cometam erros. Portanto, a ação de indução ao conceito consiste dos seguintes componentes:

a) Ensinar o sistema de características necessárias e suficientes dos objetos de uma determinada classe.

b) Estabelecer a relação do objeto com o conceito dado.

No primeiro caso se supõe que os alunos já conheçam as particularidades dessas características e as diferenciem uma das outras: essenciais e não essenciais; suficientes e necessárias. Nesse momento, conscientemente, os alunos devem distingui-las na definição.

No segundo componente se espera a realização correta dessa parte da ação. Aqui, os alunos têm que saber quais são os tipos de estruturas lógicas das características: conjuntivas ou disjuntivas. Quando a estrutura das características do conceito é conjuntiva, é necessário aplicar as regras anteriormente mencionadas.

A ação de comparação auxilia os alunos a compreenderem, entre outros conceitos, o lugar do conceito que está assimilando, pois, essa ação se realiza sobre a base das características essenciais. Além disso, quando da realização da ação de comparação é necessário identificar as características (base da comparação), as quais necessitam de uma sequência determinada: identificar as características, comparar objetos e valorizar as características e finalizar com a comparação das características.

Outro meio importante do pensamento lógico, que se utiliza durante todo o processo escolar, é a classificaçao. Esse tipo de ação é indispensável para o estudo das matemáticas, por ser mais complexa, permite integrar o conceito que se estuda a outros conceitos anteriormente aprendidos e, também, perceber as subclasses de objetivos que se incluem nesse conceito. Para que isso aconteça satisfatoriamente, é necessário utilizar as características essenciais do conceito, para posteriormente, eleger a base para a classificação e conservá-la até o final de seu trabalho, enquanto não termina todo o volume do conceito. O hábito de classificar não se assimila de maneira adequada, sem um trabalho especial. A estrutura desse hábito inclui ações como a escolha do critério para a classificaçao, a divisão de toda a variedade de objetos em que inclui no conceito dado e a construção do sistema hierárquico da classificaçao.

As ações possuem características, que para qualquer ação humana sempre se dirige, a algum objeto, e para tal, como resultado da realização da ação, sempre obtêm algum produto. A ação pode ser um objeto material externo (palitos para contar ou qualquer material concreto que o aluno manipula), uma palavra, representações e conceitos.

A ação, que possui o mesmo conteúdo, pode ser assimilada de diferentes maneiras: na forma materializada, ou seja, manipulando objeto; na forma perceptiva; na forma verbal externa e na forma de ação mental (TALIZINA, 2000, p. 116).

A mesma ação pode ser assimilada com diferentes graus de generalização. Durante a generalização do processo de assimilação, é necessário planejar não só um ou outro sistema de ação, mas também sua qualidade e suas características. Cada ação humana se realiza por todo um sistema de características, que se dividem em características primárias e secundárias.

As características primárias constituem o grupo de características básicas. Essas são as características independentes das ações, nenhuma dessas é consequência de outra. Com tais características se relacionam, a forma da ação, o grau de sua generalização, o caráter implantado ou reduzido, o grau de assimilação e de sua realização independente. O caráter independente dessas características não significa que existe a influência apenas de uma sobre a outra, é necessário considerar a influência recíproca das características. Isso significa que durante a organização do processo de assimilação, é necessário preocupar-se com cada uma das características separadamente, (TALIZINA, 2000, p. 117).

No que se referem às características secundárias, essas nem sempre constituem a consequência de uma ou de várias características primárias. Com as características secundárias se relacionam aquelas características importantes como a estabilidade e o caráter consciente e racional. Essas características podem se formar de maneira imediata. A via para elas passa por características primárias.

A divisão das características primárias e secundárias (básicas e as que se deduzem delas) se realiza de acordo com sua origem, a sua natureza e não de acordo a importância dessas características.

Como características básicas da ação, Talizina (2000, p. 117-118) considera, na formação do conceito, que o meio mais importante da ação se relaciona com sua forma. A forma básica da ação pode ser material ou materializada. A diferença entre essas formas não se relaciona ao aspecto operacional: em ambos os casos, as operações se realizam com as mãos, possuem a forma material e o que as difere é o tipo de representação.

Dessa forma, quando se fala do aspecto concreto, tem-se não todo o objeto, mas, sim, aquele aspecto seu e suas características que se têm que estudar, é dizer, que constituem o objeto da assimilação. A escolha de um ou outro modelo se determina pelo objetivo do ensino: o que se identifica no objeto como o objeto próprio da assimilação.

A primeira condição está relacionada às características essenciais e à escolha adequada da ação determinada pelo objetivo da assimilação do conceito. Chamada etapa da motivação, o professor inicia o ensino a partir de uma situação problema, necessária quando os alunos estão desmotivados à assimilação do material planejado.

A segunda condição está vinculada ao conhecimento da estrutura da ação que se utiliza. Nessa abordagem, a ação de reconhecimento é indicada para determinados casos em que alunos não conheçam o objeto a ser ensinado, assim, é necessário descobrir seu conteúdo e mostrar como se devem realizar.

Quando os alunos conhecem uma nova atividade e os conhecimentos que nela se incluem, tem-se a segunda etapa; conhecida como a etapa da elaboração da base orientadora da ação. Nessa fase, o professor identifica todos os conhecimentos necessários com os quais deverá atuar e todas as condições que coincidem com o objeto, além do processo da atividade, ou seja, como iniciar, qual a ordem para realizar as ações, etc. Cabe destacar que, nesse momento, é necessária a fixação do conteúdo identificado na atividade, contudo a explicação verbal pelo professor, não é suficiente e neste sentido, “[...] a explicação do professor tem que acompanhar pela fixação externa, concreta, dos conhecimentos e da atividade que se forma” (TALIZINA, 2000, p. 131). Normalmente os alunos, “[...] necessitam da ajuda do professor e a ação se realiza na forma coletiva” (TALIZINA, 2000, p. 144). Esse é um processo de execução ativa das ações novas e inclui quatro etapas: a etapa da realização da ação na forma materializada (material); a etapa das ações verbais externas; a etapa da realização da ação em forma verbal, para si, e a etapa das ações mentais.

Para a terceira condição propõe a representação de todos os elementos em forma externa, material (materializada), uma vez que na relação com a ação de indução ao conceito, isso se representa na forma de características necessárias e suficientes do conceito, em que os alunos anotam como se explicam as características.

Na quarta condição, há a formação da ação introduzida. Nessa ocasião, a formação da ação se efetiva em etapas e da seguinte maneira: professor propõe uma situação problema, na qual o aluno tenta realizá-la espontaneamente, pois a etapa já foi materializada. Na sequência, o aluno verifica o conhecimento prévio da ação, descobre o significado da ação de indução ao conceito e observa todo o sistema de características necessárias e suficientes à possibilidade de obter diferentes resultados.

A quinta condição é a presença do controle das operações durante a assimilação de novas formas de ação, ocasião em que com ajuda da ação de condução ao conceito, participam a análise de cada característica e a comparação com a regra lógica, etc. Depois de realizar tarefas com objetos reais ou com seus modelos, os alunos sem dificuldades aprendem as características do conceito, assim como a regra da ação.

A sexta condição é o momento em que a ação passa para a forma de linguagem externa, as tarefas se proporcionam em forma escrita, enquanto que nas características dos conceitos, a regra e as instruções, são nomeadas e anotadas de memória pelos alunos.

Para a Teoria da Atividade de Assimilação, quando a ação se realiza fácil e, rapidamente, em forma verbal externa, pode-se passar para a forma interna. A tarefa propõe em forma escrita, desde que a reprodução das características, sua verificação e a comparação dos dados obtidos, sejam realizadas em silêncio pelo aluno. Assim, se a ação se realiza corretamente, os alunos a passam para a etapa mental, ou seja, o aluno realiza e corrige a ação. Esse processo de ação se converte em ação intelectual e ideal, visto que, o conteúdo é conhecido para o aluno, pois ele mesmo o construiu e o transformou a partir da ação externa, material.

Na organização do processo de assimilação não é necessário fazer com que os alunos, memorizem o conteúdo da base orientadora da ação. Sua memorização pode se dar de maneira involuntária, como resultado de sua utilização durante a solução de problemas para a indução ao conceito. Para o aluno que não memorizou, Talizina (2001) sugere utilizar diferentes formas externas de apresentação da informação necessária, como o conteúdo da base orientadora da ação. A forma mais acessível é o mapa escolar. Depois da explicação da essência do conceito e da apresentação para o reconhecimento dos objetos relacionados a esse conceito, o professor propõe aos alunos os mapas escolares já preparados ou eles mesmos elaboram com a ajuda do professor.

Neste caso, o mapa é mais ou menos como segue:

> - As características do conceito;
> - Regras para o reconhecimento
> - A regra lógica:
> O objeto se relaciona com o conceito dado só quando possui todas as características indicadas.
> Se o objeto não possui pelo menos uma característica, este não se relaciona com o conceito dado;
> Se não se sabe nada da presença ou ausência de pelo menos uma característica, então, apesar da presença do resto das características, tampouco se sabe se o objeto se relaciona ou não com o conceito dado. (TALIZINA, 2001, p. 74).

Com o uso do mapa escolar, todavia durante a solução dos problemas da indução ao conceito, Talizina (2001) enfatiza a necessidade de proporcionar problemas com todas as variantes possíveis de respostas, destaca que os alunos aprenderão gradualmente o conteúdo e o utilizarão de forma oral, para atuarem em correspondência com o mesmo.

Para que isso aconteça, enfatiza a necessidade de os alunos repetirem várias vezes e em forma completa, todas as recomendações, indicadas nesse mapa, e, depois, os alunos trabalharão em silêncio de maneira individual recordando as recomendações necessárias, para a formação completa de um conceito, e também, o grau suficiente de sua generalização. Assim, “[...] com esta organização do trabalho surgem, tanto a formação do conceito, como a formação de indução ao conceito, onde o último funcionará com êxito” (TALIZINA, 2001, p. 44).

A ação verbal é o reflexo da ação material ou materializada, assim como, a forma verbal externa é o próximo passo na transformação da ação mental (TALIZINA, 2000, p. 125). Então, a formação completa e válida da ação verbal pressupõe um grau determinado de generalização de sua forma material. Depois desse processo é possível a transformação da ação à forma verbal, ou seja, as características identificadas se reforçam a partir das palavras, se convertem em seus significados e, assim, é possível a separação das características dos objetos, sua utilização em tipo de abstrações, no tipo do objeto verbal completo e válido. Portanto, a materialização desaparece gradualmente e não de imediato, transforma-se em ação verbal interna.

Talizina (2000) sugere para alunos que se apropriaram do sistema alfabético, com domínio de leitura e escrita, o uso da linguagem escrita como forma verbal externa da ação, pois, nesse caso, o aluno anota todo o processo de execução da ação.

Na etapa das ações verbais externas, o aluno domina as características utilizando sua memória. Normalmente, os resultados do trabalho com as características se fixam no papel ou podem simplesmente mencioná-las. Para a valorização dos resultados obtidos, alguns alunos recordam da regra lógica da condução ao conceito e demonstram a resposta correta.

Contudo, para a formação do conceito, é necessário que se parta da forma material (materializada), passe para a forma perceptiva; depois, para a forma verbal externa e, posteriormente, por meio da forma verbal externa e finaliza com a forma mental. Nessa perspectiva se destaca que "[...] forma mental da ação, é a forma final, durante a via da transformação da ação, a partir da forma externa para a forma interna" (TALIZINA, 2000, p. 127).

Quando o aluno se apropriou da ação verbal externa, passa a realizar as tarefas propostas individualmente, sem o apoio de esquemas ou de modelos e, sem comentários em voz alta. Dessa maneira, passa para a etapa da linguagem interna, ou seja, a forma mental e realiza generalizações.

4 INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DE FRAÇÃO

A intervenção pedagógica é uma metodologia de pesquisa, realizada principalmente por professores e tem por finalidade relacionar a teoria e a prática (LENOIR, 2001). Na entrevista realizada com a professora a dificuldade por ela apontada foi fração e, na análise da sondagem inicial, constatamos que a dificuldade dos alunos do 5º ano está relacionada aos conceitos necessários para a apropriação do conceito de fração. Para atender os objetivos da pesquisa, segue o delineamento da pesquisa, o local, os sujeitos, os instrumentos, o desenvolvimento da coleta de dados ao longo de três meses e a análise dos resultados. O estudo foi aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual de Maringá sob o Parecer de número 2.926.943.

4.1 DELINEAMENTO DA PESQUISA

Durante os últimos anos, a pesquisadora percebeu que alguns estudantes ao ingressarem no 9º ano do Ensino Fundamental, apresentavam dificuldades quanto à apropriação de alguns conceitos matemáticos ensinados em anos anteriores, principalmente, aos previstos para o 5º ano. Frente a essa situação, a pesquisadora constatou a necessidade de verificar no 5º ano do Ensino Fundamental, qual o conceito matemático em que os estudantes apresentavam maior dificuldade de apropriação, pelo fato, de que é neste ano escolar, que os estudantes se deparam com conteúdos necessários para a aprendizagem de conteúdos que exigem um maior grau de abstração e generalização por serem considerados mais complexos no último ano do Ensino Fundamental, como por exemplo, na racionalização de denominadores, porcentagem, matemática financeira e primeiras noções de trigonometria.

A metodologia que melhor atendeu aos objetivos deste estudo foi a abordagem exploratória, descritiva, de campo com ênfase no tipo intervenção pedagógica e com abordagem mista (qualitativa e quantitativa). Os resultados alcançados indicam a importância de conteúdos anteriores ao ensino de fração, que estão pautados em uma prática pedagógica organizada e sistematizada, relacionando-se as diferentes situações da vida do estudante com a teoria

(VIGOTSKI, 2001). Para compreender a efetividade do trabalho realizado, comparamos se a situação inicial e final dos alunos e as relacionamos com as unidades temáticas delimitadas para esta pesquisa, em que optamos por analisar o conteúdo matemático que os alunos apresentaram mais dificuldades, recursos didáticos utilizados para aferir a confirmação ou não da dificuldade apontada e conhecimentos prévios relacionados à aprendizagem de fração.

Para Gil (2002, p. 53), a pesquisa de campo é "[...] é desenvolvida por meio da observação direta das atividades do grupo estudado e de entrevistas com informantes para captar suas explicações e interpretações que ocorre no grupo". Assim, a pesquisadora realizou a primeira parte da pesquisa com uma entrevista semiestruturada. Diante dos dados obtidos, foi necessário ampliar a investigação para a pesquisa do tipo intervenção pedagógica.

Segundo Damiani et al. (2013), a pesquisa do tipo intervenção pedagógica atende critérios relacionados à THC, pelo fato de contribuir para a produção de conhecimento pedagógico, ao relacionar a teoria e a prática. Nesse sentido, é uma investigação que envolve planejamento e implementação de interferências nos processos de aprendizagem dos sujeitos que dela participam e, também, uma avaliação dos efeitos dessas interferências durante o processo de ensino.

A pesquisa do tipo intervenção tem a finalidade "[...] contribuir para a solução de problemas práticos [...] nas quais os próprios professores desempenham papel de investigadores" (DAMIANI et al., 2013, p. 58).

Nessa linha de pensamento, Lenoir (2011) confirma que "[...] o conceito de intervenção em educação é central para qualificar a função docente e para permitir descrever o ato de ensino". Outros aspectos são as muitas vantagens, dentre elas, considera, o ato de ensino e o ato de aprendizagem, traduzindo a necessidade de exprimir sinteticamente a complexidade da função docente.

Para os procedimentos e análise de dados, faz-se necessária aproximação do cotidiano escolar, priorizar as situações que contribuam à formação de conceitos e à construção de novos conhecimentos e o levantamento de dados. Como na pesquisa do tipo intervenção pedagógica, a intenção é "[...] descrever detalhadamente os procedimentos realizados, avaliando-os e produzindo explicações plausíveis sobre seus efeitos, fundamentando-se nos dados e em teorias pertinentes" (DAMIANI *et al*., 2013, p. 59), as tarefas desenvolvidas serão descritas.

A coleta, a apresentação e a análise dos dados colaboram com as tomadas de decisões sobre o problema estudado, indicam as ações necessárias para o planejamento das possíveis intervenções pedagógicas e avaliação da produção pedagógica de forma qualitativa.

Segundo o currículo da instituição de ensino, as primeiras ideias de fração foram apresentadas aos estudantes, quando a esses foram ensinados a noção de divisão nos primeiros anos do ensino fundamental com o registro por meio de desenhos e de materiais concretos. Posteriormente, ao ensino do processo aritmético da divisão, nos anos seguintes, foi no 4º ano que o ensino da fração atingiu um nível mais elevado. Já, no 5º ano, foram apresentados conceitos mais complexos sobre o conteúdo aos discentes.

4.2 O LOCAL DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública da rede municipal de uma cidade da região noroeste do Paraná, inaugurada em 2004. Essa instituição de ensino é compartilhada com um colégio da rede pública estadual. Na época (ano de 2018) a escola contava com 253 alunos, matriculados entre os períodos matutino e vespertino.

Percebe-se a receptividade da direção, a aceitação e o interesse da professora regente para o trabalho a ser desenvolvido com os estudantes da escola.

4.3 OS SUJEITOS DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida na disciplina de Matemática, em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, constituída por vinte e nove alunos, com idade entre 9 e 14 anos. Participaram da pesquisa vinte e cinco alunos e desses, quinze eram do sexo masculino e dez do sexo feminino. A turma foi escolhida por ser do período vespertino, conciliando com os horários disponíveis para a realização da pesquisa, pelo fato que esses estudantes poderão ser futuros alunos do colégio compartilhado, e, assim, em um futuro próximo serem alunos da pesquisadora e público-alvo de um possível objeto de estudo para verificar a apropriação dos conceitos aqui transmitidos.

No quadro 1 se relacionam os sujeitos participantes da pesquisa, cujos pais assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para Menores e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido sobre a pesquisa, conforme orientações do Comitê de Ética da Universidade Estadual de Maringá (APÊNDICE A e APÊNDICE B). Os dados apresentados a seguir foram fornecidos pela secretaria da escola:

Quadro 1 – Caracterização dos sujeitos da pesquisa

Participante	Data de Nascimento	Idade (em anos)	Sexo
Sujeito “A1”	31/03/2008	10	F
Sujeito “A2”	03/12/2007	10	F
Sujeito “A3”	01/05/2008	10	F
Sujeito “A4”	09/09/2008	11	F
Sujeito “B1”	01/05/2008	10	F
Sujeito “B2”	27/08/2008	10	M
Sujeito “D1”	17/03/2007	11	M
Sujeito “D2”	10/12/2007	10	M
Sujeito “D3”	21/06/2008	10	M
Sujeito “D4”	16/06/2004	14	M
Sujeito “E1”	04/08/1974	44	F
Sujeito “F1”	03/05/2008	10	F
Sujeito “F2”	14/02/2008	10	M
Sujeito “G1”	25/11/2008	9	F
Sujeito “G2”	30/07/2008	10	F
Sujeito “G3”	25/10/2007	11	M
Sujeito “G4”	19/07/2008	10	M
Sujeito “I1”	18/03/2007	11	M
Sujeito “J1”	03/04/2008	10	F
Sujeito “J2”	19/12/2007	10	M
Sujeito “M1”	27/11/2007	10	F
Sujeito “M2”	05/06/2008	11	M
Sujeito “R1”	20/07/2008	10	M
Sujeito “R2”	10/03/2008	10	M
Sujeito “V1”	19/03/2008	10	M
Sujeito “Y1”	06/05/2008	10	M

Fonte: Informações fornecidas pela equipe pedagógica da instituição de ensino.

4.4 INSTRUMENTOS, PROCEDIMENTOS, RESULTADOS E ANÁLISES

A pesquisa foi autorizada pela Secretaria Municipal de Educação, pela direção escolar, pela professora regente e pelos responsáveis dos alunos e aprovada pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual de Maringá (UEM) sob o Parecer de número 2.926.943.

Realizamos a coleta de dados por meio da observação, entrevista semiestruturada, sondagem diagnóstica inicial, nove intervenções pedagógicas e sondagem diagnóstica final. Recolhemos as produções dos alunos e as arquivamos após as análises. As atividades desenvolvidas durante as intervenções pedagógicas foram analisadas conforme as unidades temáticas: o conteúdo matemático que os alunos tinham mais dificuldade, recursos didáticos utilizados para confirmar ou não da dificuldade apontada, conhecimentos prévios relacionados à aprendizagem de fração e situação inicial e final dos alunos sobre os resultados da pesquisa. Apresentamos a análise de dados e os resultados a partir das unidades temáticas para cada encontro realizado durante a pesquisa na sequência da descrição de cada encontro e no (APÊNDICE C) a programação das atividades realizadas em intervenção pedagógica, os exercícios desenvolvidos, os objetivos e os encaminhamentos.

4.4.1 Entrevista semiestruturada com a professora regente

Iniciamos a coleta de dados com uma entrevista semiestruturada (APÊNDICE D) com a professora regente do 5º ano do Ensino Fundamental do período vespertino. Obtivemos informações referentes ao conteúdo que os alunos apresentam maior dificuldade de apropriação, os recursos didáticos utilizados pela docente e informações sobre os dados pessoais da professora, tais como: tempo de serviço como professora no 5º ano, formação para o trabalho, grau de instrução, conteúdos da disciplina matemática, livro didático público, recursos pedagógicos e sugestões para um ensino que atendesse as expectativas educacionais.

Verificamos que a professora regente possui formação em Pedagogia no Nível Superior e duas especializações latu-sensu, uma em História e outra em Gestão Escolar. Leciona na rede municipal de ensino há quinze anos e há oito anos é professora regente no 5º ano do Ensino Fundamental. Quando lhe perguntado sobre formação continuada, voltada para trabalhar com conceitos matemáticos, comentou que recebeu há alguns anos e que, ultimamente, não foram oferecidos cursos e atualizações nesta área de ensino. Diante da experiência profissional, quanto à apropriação dos conceitos matemáticos, sugeriu para as formações pedagógicas “coisas práticas, ligadas ao dia a dia”. No tema relacionado aos conteúdos da disciplina de matemática para o ano escolar pesquisado, a professora regente considerou entre as dificuldades para transmitir algum conteúdo de matemática, é ensinar conversões, unidade de medida, capacidade, grama e, o é o conteúdo em que os alunos apresentam maior dificuldade na apropriação dos conceitos matemáticos relacionou fração, decimais, inteiro, resto e conceitos. Para a apropriação de conceitos matemáticos considerou entre as ações para melhorar o ensino e apropriação efetiva, trabalhar com jogos, materiais manipuláveis e escala cuisinaire. Quanto ao material didático e os recursos disponíveis, apontou o uso do livro didático público, o ábaco e o material dourado, porém percebeu que tais recursos são insuficientes, o que se torna necessário buscar conhecimentos em outros recursos. Para finalizar, quando questionado à professora sobre outras informações, sugestões e contribuições para a pesquisa, a professora apontou “Trabalharem em grupos, desafios para que os alunos busquem respostas, fazer pensar para se apropriar mais” (professora E. R., 44 anos).

Em vista das informações obtidas, constatamos que a formação e capacitação dos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental são necessárias, o livro didático público, ainda, é o único material de apoio que o professor tem disponível em sala de aula. Além desses aspectos, considerou-se as necessidades específicas da realidade da turma e a professora afirmou que as maiores dificuldades para a apropriação de conceitos matemáticos estão nos conceitos de divisão e fração.

Com apoio nas informações e na análise dos dados fornecidos pela professora, elaboramos uma atividade de sondagem diagnóstica, (APÊNDICE E) cujo objetivo era confirmar ou excluir o conteúdo relatado pela professora.

4.4.2 Avaliação diagnóstica inicial

Dada a dificuldade com fração, apontada pela professora regente, organizamos uma avaliação diagnóstica para mensurar a apropriação de conceitos e conhecimentos relacionados à aprendizagem de fração.

A atividade proposta constitui-se de quatorze tarefas e para cada uma elegeu-se um conceito matemático de anos anteriores. Selecionamos para a sondagem diagnóstica: número x quantidade; sequência numérica com contagem de 4 em 4 e ordem crescente; sequência numérica com contagem de 2 em 2 e ordem decrescente; adição com princípio multiplicativo; operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação e divisão; noção de tempo e unidade de tempo: hora; leitura de horas em relógio analógico; divisão contextualizado em situação-problema; reconhecimento e nomeação de figuras geométricas básicas: retângulo, círculo e triângulo; reconhecimento e nomeação de sólidos geométricos: cilindro, cubo e cone; conceito de fração contextualizado com pizza (1/2 pizza) e, conceito e operações com valores monetários, envolvendo adição e divisão. Portanto, os exercícios referentes à noção de fração foram relacionados com a realidade do aluno (barra de chocolate: 1/4 da barra) e, conceito, reconhecimento e leitura de fração em receitas culinárias (1/2 xícara), confirmando, assim, a dificuldade para o conceito de fração indicado pela professora regente.

Impresso em papel sulfite, entregamos a cada aluno o material. Optamos em realizá-la coletivamente e, diante disso, o enunciado foi lido e houve a orientação, que ao término de cada exercício, os estudantes aguardassem até que o último aluno terminasse a tarefa solicitada, assim, aguardamos a resolução de cada exercício proposto, para então, dar continuidade ao próximo.

Destacamos, no Quadro 2, o conteúdo e o objetivo para cada exercício proposto na sondagem diagnóstica inicial.

Quadro 2 – Exercício e objetivo da sondagem diagnóstica inicial

Exercício	Objetivo
Número versus quantidade	Reconhecer o valor do número como representação de maior quantidade.
Sequência numérica crescente	Verificar a capacidade de perceber na sequência numérica, a contagem de quatro em quatro e o reconhecimento da ordem crescente.
Sequência numérica decrescente	Verificar a capacidade de perceber na sequência numérica a contagem de dois em dois na ordem decrescente.
Adição e multiplicação	Verificar a noção de adição e sua representação na forma de princípio multiplicativo.
Processo de resolução das operações básicas – adição, subtração, multiplicação e divisão	Verificar o conteúdo na resolução de operações básicas descontextualizadas.

Noção de tempo	Verificar a noção temporal.
Horas	Verificar o conhecimento sobre unidade de tempo com o uso do relógio analógico.
Situação-problema, envolvendo o processo de divisão	Verificar o conhecimento para o uso da divisão contextualizado com situações da vida diária.
Situação-problema, envolvendo a noção de fração	Verificar o conhecimento de fração em situações da vida diária.
Formas geométricas	Verificar o conhecimento de figuras geométricas básicas (círculo, quadrado, triângulo)
Figuras espaciais	Verificar o reconhecimento e nomeação de figuras espaciais
Situação-problema, envolvendo fração	Verificar o reconhecimento de frações e sua aplicação em situações cotidianas.
Valor monetário	Verificar o conhecimento para o uso de cédulas e moedas em situações da vida diária.
Gênero textual – receita e fração	Reconhecer em uma situação cotidiana a aplicação do conceito fração.

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Por isso, com apoio nos resultados obtidos da entrevista com a professora regente e com a análise dos resultados da sondagem diagnóstica, planejamos as intervenções pedagógicas, realizadas em nove encontros de duas horas, no horário de aula, conforme a disponibilidade da professora regente, em diferentes dias da semana. Evitamos folhas impressas, priorizamos a escrita em folha de papel almaço, exploramos a oralidade, o desenho e a participação do aluno em diferentes situações. Os registros foram recolhidos e arquivados ao final de cada encontro.

Para a análise dos resultados referentes aos exercícios propostos, seguiramos os critérios estabelecidos nas unidades temáticas: o conteúdo matemático que os alunos apresentaram dificuldade de apropriação, recursos didáticos utilizados para averiguar a dificuldade apontada e os conhecimentos prévios relacionados à aprendizagem de fração.

Apresentamos, no Quadro 3, um comparativo com os resultados de cada exercício da sondagem diagnóstica, o número de acertos e número de erros cometidos pelos alunos pesquisados.

Quadro 3 – Análise dos exercícios da sondagem diagnóstica inicial

Exercício	Conceito		Apropriado	Não apropriado
1	Número versus quantidade		22	3
2	Sequência numérica com contagem de 4 em 4 e ordem crescente		20	5
3	Sequência numérica com contagem de 2 em 2 e ordem decrescente		22	3
4	Adição com princípio multiplicativo		17	8
5	Operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão.	adição	24	1
		subtração	23	2
		multiplicação	22	3
		divisão	18	7
6	Noção de tempo e unidade de tempo: hora		25	0
7	Leitura de horas em relógio analógico		23	2
8	Divisão contextualizado em situação-problema		21	4
9	Noção de fração aplicado a atividade de vida diária com barra de chocolate (1/4 da barra)		6	19
10	Reconhecimento e nomeação de figuras geométricas básicas	retângulo	19	6
		círculo	23	2
		triângulo	23	2
11	Reconhecimento e nomeação de sólidos geométricos	cilindro	21	4
		cubo	25	0
		cone	20	5
12	Conceito de fração contextualizado com pizza (1/2 pizza)		23	2
13	Conceito e operações com valores monetários, envolvendo adição e divisão.		20	5
14	Conceito, reconhecimento e leitura de fração em receitas culinárias (1/2 xícara)		13	12

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Em virtude dos dados do Quadro 4, confirmamos que os alunos se apropriaram dos conhecimentos prévios relacionados à aprendizagem de fração. Neste sentido, com apoio nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná, no planejamento anual da instituição de ensino, como planejado, priorizamos os conceitos apropriados que fundamentam a aprendizagem dos conceitos fração, fração própria, fração imprópria, fração aparente, fração equivalente e número misto.

Relacionamos os conceitos aos eixos de geometria, números e operações e medidas.

De maneira descritiva, apresentamos os dados e as análises de cada encontro de intervenção pedagógica.

4.4.3 Primeiro encontro: a história da fração

Após a análise dos dados obtidos, na entrevista, com a professora regente, e nos resultados da sondagem diagnóstica, planejamos o primeiro dia de intervenção pedagógica (APÊNDICE F). Como material didático optamos pela lousa, giz, folha de papel almaço, cordas de diferentes comprimentos, papel colorido recortados no formato de círculos, quadrados e retângulos.

Inicialmente, compremos a necessidade de situar o aluno acerca do conceito matemático, por meio de alguns aspectos históricos. Para Schmidt, Pretto e Leivas (2016) "[...] a História da Matemática é um instrumento de resgate da própria identidade cultural" e "a Matemática é uma criação humana, surgindo das necessidades e preocupações de diferentes culturas e em diferentes momentos históricos" (BRASIL, 1997).

D'Ambrósio (2017, p. 28) considera que "[...] conhecer, historicamente, pontos altos da matemática de ontem poderá na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje" e que "[...] algo da matemática do passado serve hoje" contribui para a compreensão de que a matemática é de conhecimento cumulativo, aplicada em outros contextos.

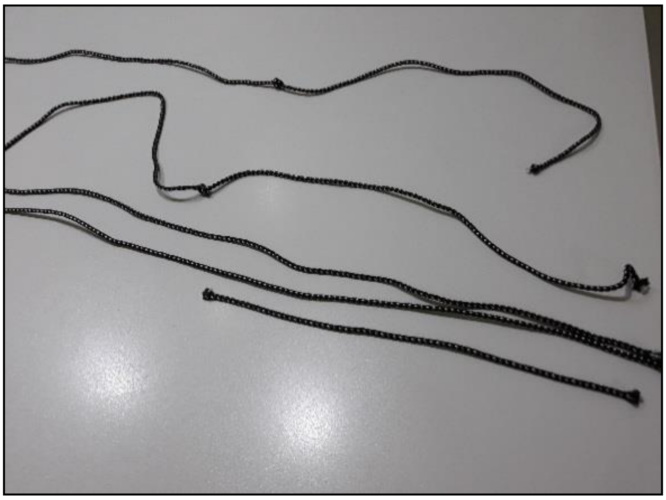
Ao seguir esse princípio, iniciamos o primeiro encontro de intervenção pedagógica, com uma explanação oral sobre a origem das frações. Apresentamos como surgiu e o porquê a civilização egípcia criou um novo sistema de medidas para representar partes de um inteiro.

Destacamos, ainda, a dificuldade dessa civilização em situações da vida prática e que essa necessidade levou à criação de um novo sistema de medição. Relacionamos esse fato histórico com o seu uso na vida cotidiana, para que o estudante compreendesse o motivo pelo qual as frações são necessárias e utilizadas atualmente. Também dramatizamos a história com diferentes tamanhos de corda (a medida padrão utilizada foi a métrica) e representamos como os medidores de terra (estiradores de corda) faziam no antigo Egito para demarcarem as terras próximas às margens do rio Nilo.

Ao iniciarmos o tema, perguntamos se algum aluno sabia como surgiu a fração e quem a inventou. Um dos alunos afirmou, que as frações foram criadas para dividir as coisas. Assim, perguntamos: “Para o quê?”, o aluno respondeu: “para facilitar”. Confirmamos sua ideia sobre o tema e em uma breve história contamos que as frações surgiram há muitos anos, com os egípcios. Como naquele período histórico não existia a régua, o metro ou a trena (exemplificamos que o metro ou a trena são instrumentos utilizados pelo pedreiro para medir) os egípcios precisavam criar uma medida padronizada, porque quando o nível do Rio Nilo, na época das chuvas, o nível da água subia, ele transbordava e as pessoas que utilizavam as terras à margem do Rio, perdiam as marcações da área de cultivo e toda a produção e devido a este fato, quando a água do rio baixava e a terra aparecia, as demarcações na terra desapareciam com a força da água e devido às disputas de terra entre os proprietários o faraó convencionou o uso da corda com nós como um sistema de medidas. Diante desta necessidade, surgiu a fração.

Com o apoio de objeto concreto, “cordas”, foi relacionado à necessidade do homem, criando-se, assim, o conceito “fração”. Na figura 1, as cordas utilizadas para contar a história sobre as marcações das terras:

Figura 1 – Cordas



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na sequência, recordamos a ideia de divisão e suas formas de representação, utilizando o processo aritmético e o desenho na resolução da situação-problema. Da mesma forma que o número pode ser expresso de inúmeras formas, com o processo da divisão, essa ideia também foi apresentada aos estudantes. Assim, verificamos se os estudantes compreendiam o processo de divisão e, então, houve o início do conceito de fração. Apresentamos também o conceito, os símbolos e desenhos utilizados na resolução de divisão para facilitar a compreensão de que a fração também é uma divisão.

Nesse contexto, na segunda tarefa, expomos uma situação problema em que o conceito necessário para sua resolução fosse o conhecimento de divisão e apropriação desse conceito. Propomos “Tenho nove maçãs e quero dividi-las para três crianças. Com quantas maçãs cada criança ficará?” Exploramos as diferentes formas de representação de uma divisão, por meio a partir dos símbolos utilizados para essa operação, estabelecemos uma relação entre os símbolos que representam a divisão e acrescentamos a representação da fração, na forma $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$.

Na sequência, mais duas situações-problema foram destacadas: “Anna tem doze balas e vai dividir em quantidades iguais para suas quatro melhores amigas. Quantas balas cada amiga ganhará?” e “Felipe tinha dez figurinhas. Dividiu suas figurinhas com seu primo. Com quantas figurinhas cada um ficou?” Com esses dois exercícios foram explorados os diferentes tipos de representação para divisão em partes iguais.

Percebemos que os alunos verbalizavam a resolução da tarefa e registravam o processo na folha de papel almaço e depois um dos alunos dirigia-se até a lousa e escrevia o resultado.

Para a última tarefa, foi escolhida a manipulação de papéis coloridos, recortados em diferentes figuras geométricas, a fim de proporcionar aos alunos o material concreto e para que, por meio desse material, os alunos percebessem as partes de um todo ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$). Nesse momento, priorizamos o conhecimento a ação de reconhecimento do objeto (fração) com a forma externa materializada, em que se iniciou a condução ao conceito e se escolheu o campo da geometria para complementar a apropriação do conceito. Percebemos que ao manipular os papéis os alunos compreenderam a ideia de dividir um inteiro em partes iguais e que as partes iguais formam um inteiro.

Para Schmidt, Pretto e Leivas (2016, p. 43) “[...] a geometria pode ter um papel decisivo no ensino e na aprendizagem da Matemática, pois permite resolver problemas do mundo real e ajuda na estruturação do pensamento, no raciocínio dedutivo, levando à construção do conhecimento”. Além disso, exploramos a divisão de um inteiro em partes iguais e estabelecemos a relação entre a divisão de um inteiro em partes iguais e a fração.

Iniciamos, naturalmente, a conceituação de fração e suas diferentes formas de representação (escrita em números, escrita em língua materna e desenho). Averiguamos conceitos apropriados para círculo, quadrado e retângulo. Depois, entregamos aos alunos três círculos de aproximadamente 0,06 cm de diâmetro; três quadrados de 0,07 cm de lado; um retângulo de 0,025 cm por 0,07cm e dois retângulos de 0,055 cm por 0,075 cm.

Para cada figura geométrica, as características de cada conceito foram retomadas por meio da manipulação do objeto. Dividimos esse exercício em nove etapas. Em cada uma, escolhemos criteriosamente a figura geométrica, iniciamos com a sua denominação e algumas características, orientamos a manipulação e ordenamos cuidadosamente a dobradura do papel. Para cada parte dobrada da figura, foram realizadas perguntas referentes há quantas partes iguais o inteiro foi dividido. Solicitamos que para cada figura o aluno registrasse a fração por escrito que representava cada parte do todo. Assim, iniciamos com um círculo, exploramos suas características, mediamos a partir da fala, a indução ao conceito de inteiro e suas partes. Solicitamos o registro por escrito, o que neste caso a fração da parte é $\frac{1}{2}$ e sugerimos ao final dessa etapa, que colassem a figura na folha de papel almaço.

Depois, pedimos aos estudantes que pegassem um quadrado e o dobrassem em duas partes iguais formando dois retângulos. Novamente, orientamos o trabalho desenvolvido por meio da manipulação do papel, mediamos a formação do conceito para apropriação do inteiro e para cada parte, e para finalizar, sugerimos que seguissem as orientações do registro por escrito da fração correspondente ($\frac{1}{2}$) em cada parte e, depois, colassem na folha de papel almaço.

Para o segundo quadrado, apresentamos a fração $\frac{1}{3}$, solicitamos aos alunos que dobrassem em duas partes iguais e formassem dois triângulos. Pedimos que escrevessem a fração representada e colassem na folha de papel almaço. Da manipulação do primeiro retângulo (0,07cm por 2,5cm), aumentamos ao número de partes, e neste, foram três partes iguais, lembramos os alunos do registro escrito da fração em cada parte e que depois colassem na folha de papel almaço.

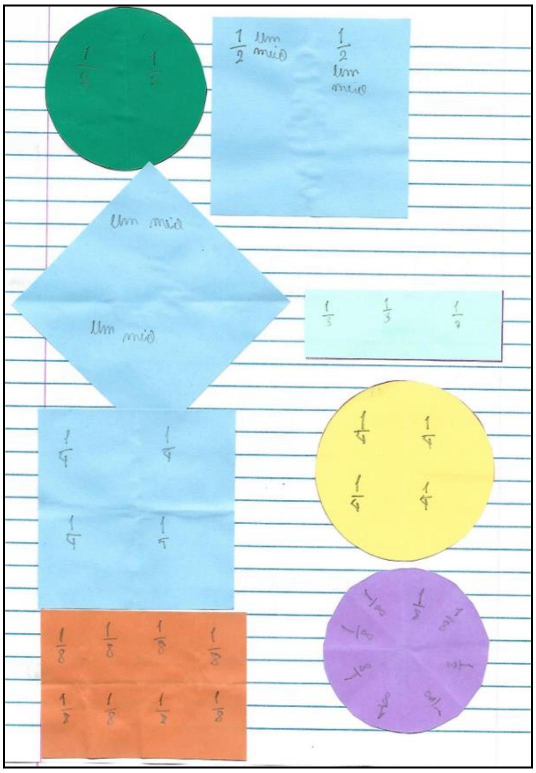
No segundo círculo, requisitamos a dobradura em quatro partes iguais e que escrevessem a fração $\frac{1}{4}$ correspondente em cada parte e colassem na folha de papel almaço.

No terceiro quadrado, solicitamos a divisão em quatro partes iguais e que os estudantes seguissem as orientações das etapas anteriores. Da mesma forma, orientamos aos alunos que dividissem em quatro partes iguais a próxima figura, porém que formassem quatro triângulos. Na sequência, com outro círculo, solicitamos que dobrassem em duas partes iguais e depois, dobrassem mais duas vezes, e assim a figura fosse dividida em oito partes iguais.

Na finalização do trabalho, a última tarefa com um retângulo. Orientamos que estudantes dobrassem, em duas partes iguais, formando dois retângulos menores e depois dobrassem ao meio mais duas vezes e que ao final obtivessem oito partes iguais. Também foi pedido que registrassem a fração correspondente em cada parte e colassem na folha de papel almaço.

Segundo Tosatto et al. (2008, p. 15) o ensino “[...] com números racionais é iniciado lentamente, fazendo uso de muito material manipulativo, apoiado sempre que possível em representações gráficas e, principalmente, desenvolvido em contextos que lhes conferem significado”.

Figura 2 – Exercício 4 do primeiro encontro – sujeito D3



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na figura 2 se apresenta os elementos na forma materializada, enquanto se usa a forma verbal para a ação de condução ao conceito. Concomitantemente, aplicamos ações cognitivas e inter-relacionadas à formação do pensamento lógico, a partir da representação, comparação, definição, por exemplo.

Segundo D'Augustine (1994), antes dos estudantes se apropriarem do conceito de fração, é necessário que o professor reveja as técnicas de repartir um conjunto. “O professor deve selecionar as regiões geométricas que podem ser repartidas no número de partes fracionárias que se deseja simplesmente pela dobra da figura” (D'AUGUSTINE, 1994, 149). Ressalta também que “as crianças devem ter a oportunidade de repartir figuras em partes congruentes” (D'AUGUSTINE, 1994, 149) e cabe ao professor escolher modelos que sejam fáceis de repartir e não utilize apenas figuras de duas dimensões.

Para complementar a ideia de que a fração é a divisão de um inteiro em partes iguais, a manipulação de papeis coloridos e a dobradura contribuíram para a apropriação de divisão em partes iguais[3]. Concomitantemente, o registro na forma $\frac{a}{b}$ e a leitura oral foram inseridos.

Para Giovanni e Giovanni Jr. (2005, p. 150), o conceito de fração foi também apresentado, utilizando-se a divisão de figuras geométricas em partes iguais. Com a adaptação dessa atividade, foi possível oportunizar aos estudantes a manipulação de um objeto, o resgate de reconhecimento e nomeação de formas geométricas e o conceito de fração.

Tosatto (2008, p. 11) complementa que as noções geométricas são trabalhadas para integrar números e medidas, pois contribuem para a aprendizagem desses conceitos e, nessa inter-relação, a linguagem matemática ganha significado. Nesse contexto, quando se optou por ações em que os alunos precisariam responder situações como “Quando dividimos uma figura em duas partes iguais, cada uma representa a metade ou um meio da figura”, “Quantas partes ficaram?”, “As partes são congruentes uma com as outras?”, e “Como podemos escrever esta fração?”, escolhemos com o objetivo de se relacionar os diferentes eixos da disciplina.

Participaram do primeiro encontro de intervenção pedagógica 25 alunos. Por meio da participação dos alunos e análise das tarefas realizadas, verificamos que os alunos compreenderam os motivos que levaram a civilização egípcia a criar um novo conceito matemático.

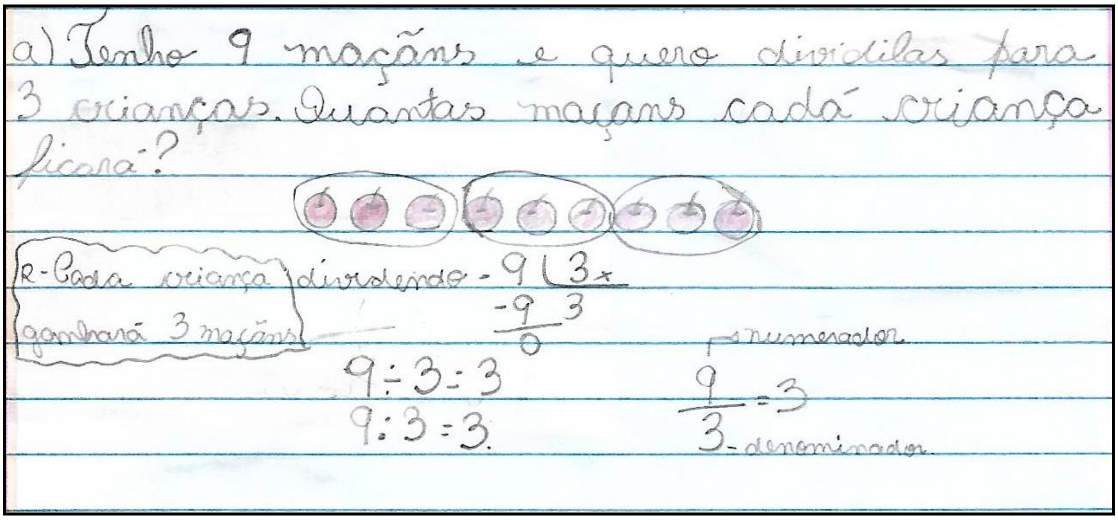
Confirmamos, então, a partir dos registros realizados a apropriação do processo da divisão e, também, constatamos a aplicação dos símbolos da divisão, o desenho e a fração. Contudo, o sujeito “M1” não registrou a divisão na forma de divisão e o sujeito “I1” registrou só na forma $\frac{a}{b}$.

A Figura 3 representa o conceito de divisão como verificação do conhecimento prévio, necessário para a apropriação do conceito de fração.

---

[3] Atividade adaptada: Frações de uma figura. (GIOVANNI, GIOVANNI JR., 2005, p. 150) e (DÁUGUSTINE, 1994, p. 150).

Figura 3 – Exercício 2 do primeiro encontro – sujeito A2



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na Figura 3 se apresenta as ações inter-relacionadas com a aplicação da ação de reconhecimento (ideia de partes de um todo), a ação de condução ao conceito, a definição, a habilidade de identificar as características dos objetos (divisão), a comparação, etc.

Na forma materializada, em que os alunos manipularam as figuras geométricas e por meio da dobradura, dividiram-nas em partes iguais, eles participaram do exercício e compreenderam a divisão de um inteiro em partes iguais, mas também se apropriaram do conceito de fração e suas diferentes formas de representação, ou seja, na escrita com números, na língua materna e no desenho.

O diálogo abaixo, realizado durante a manipulação do primeiro círculo, representa a divisão do inteiro em duas partes iguais, na escrita e na leitura de fração:

Pesquisadora: Quantas partes ficaram?

Alunos: Duas.

Pesquisadora: As partes são congruentes umas com as outras?

Alunos: Sim.

Pesquisadora: Como podemos escrever esta fração?

Alunos: $\frac{1}{2}$, um meio.

Diante do exposto, ao analisarmos as tarefas propostas e realizadas pelos alunos verificamos que se alcançou o objetivo proposto como também as unidades temáticas selecionadas.

4.4.4 Segundo encontro: o conceito de fração

Para o segundo dia de intervenção (APÊNDICE G), priorizamos, na oralidade, os conhecimentos trabalhados no encontro anterior, dentre os quais se destacam o conceito, os termos (numerador e denominador) e a leitura das frações. O objetivo desse encontro foi conceituar fração, os seus termos (numerador e denominador) e as regras para leitura de fração. Os recursos utilizados foram lousa, giz e folha de papel almaço. Todos desenvolveram as atividades propostas em folha de papel almaço.

Questionados acerca de “Qual a sociedade que criou a fração?”, e “Qual foi o motivo que levou esta sociedade a desenvolver um novo sistema de medição?”, apresentados na intervenção anterior os alunos responderam cada tarefa.

Na sequência, registramos na lousa, o conceito de número fracionário e, posteriormente, o conceito de fração, os seus termos e as regras convencionais utilizadas para a leitura de fração. Priorizamos para esse momento, o registro escrito e a oralidade sobre o conteúdo trabalhado.

Segundo D’Augustine (1994), para que o estudante compreenda o conceito de fração é necessário que suas primeiras explorações sejam intuitivas e que o aluno entenda o conceito de números fracionários. Das considerações sobre o conceito de número fracionário escolhemos:

> [...] número fracionário, como o cociente de dois números naturais, de modo que o divisor seja diferente de zero, isto é, um número fracionário é qualquer número que pode ter o nome $\frac{a}{b}$, onde a e b são números naturais e b ≠ 0.
> Uma fração pode ser definida como o símbolo ou o nome para o número fracionário e pode ter a forma $\frac{a}{b}$, onde *a* e *b* designam números naturais. (D’AGOUSTINE, 1994, p. 146).

As características, relacionadas aos termos da fração, foram completadas. Para esse momento, relacionamos não só o volume e o conteúdo sugeridos por

Talizina (2001) e a definição, como também as características para classificação do objeto (fração). Nesse sentido, utilizamos a denominação de numerador e denominador para designar os termos de uma fração. Denominador significa “aquele que dá o nome” e numerador significa “aquele que dá o número de partes consideradas”.

Para Giovanni e Giovanni Jr. (2005, p. 152) “[...] o número que indica em quantas partes iguais a figura foi dividida é o denominador e é escrito embaixo do traço indicativo de fração”. E, “[...] o número que indica quantas partes foram consideradas chama-se numerador e é escrito acima do traço indicativo de fração”. Porém para Bigode e Gimenez (2005, p. 22) destacam “numerador (que indica quantas partes do total) e denominador (o número total)”.

D’Augustine (1994, p. 147) considera “[...] os temos numerador e denominador como referência aos números designados pelos numerais na notação $\frac{a}{b}$. O número designado pela letra b é conhecido como denominador e o número designado pela letra a como denominador”. Optamos por relacionar aos termos da fração, para que os alunos construam uma afinidade com os conceitos matemáticos cientificamente de uma maneira que compreendam que, para essa designação, utilizamos qualquer número natural e não como considera Giovanni e Giovanni Jr. (2005, p. 151) “[...] os números representados por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$ são chamados de frações e expressam partes da unidade”, em que apresentar os termos da fração por números e não por letras, restringe outras possibilidades para a formação do conceito de fração.

Segundo Talizina (2001), após a apresentação de um conceito, os alunos devem repeti-lo algumas vezes oralmente e de forma completa. Assim, foi solicitado que aos alunos lessem o texto depois de copiado, explorando, então, a oralidade em que todos tivessem a oportunidade de participar, de modo que lessem juntos, depois por fila e, por último, por gênero.

Explicamos que, segundo Giovanni e Giovanni Jr. (1990, p. 90) as expressões $\frac{1}{0}, \frac{3}{0}, \frac{8}{0}$ não são consideradas frações, por não existir um número dividido por zero.

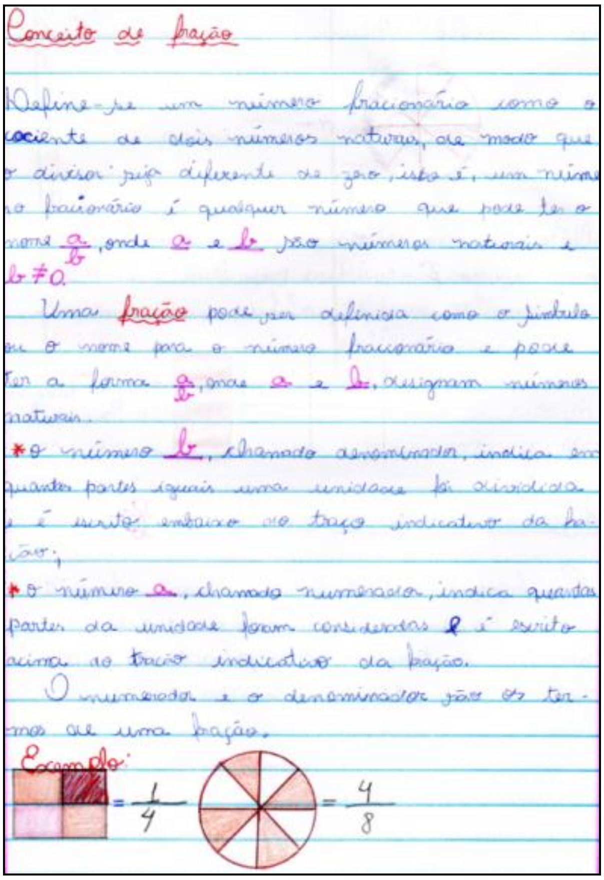
Para a indução ao conceito e da definição relembramos os alunos das tarefas realizadas na primeira intervenção com as ideias de fração, ou seja, o conceito de número fracionário para então relembrarmos o conceito e o termo de quociente utilizado na operação de divisão. Desta forma apontamos para o traço em uma fração escrita no quadro e indicamos que o traço significa divisão, como também relacionamos que o número fracionário é a divisão de dois números naturais. Porém, destacamos que na divisão de dois números naturais de modo que o divisor seja diferente de zero, pois não é possível dividir um objeto (número) por zero (que significa, nesta situação, nenhum número). Na sequência apresentamos uma conta de divisão com o uso da chave e relembramos os termos usuais (quociente, divisor, dividendo e resto) e desta forma projetamos para a representação na forma de fração. Contudo, relacionamos que o símbolo (traço horizontal) e o número escrito na forma fracionária, indicam uma divisão. Concluímos, então, que toda vez que observar o número escrito assim (a pesquisadora aponta para o número escrito na lousa) com esse traço quer dizer fração uma divisão o número b, chamado denominador, indica em quantas partes iguais uma unidade foi dividida e é escrito embaixo do traço; o número a, chamado numerador, indica quantas partes da unidade foram consideradas e é escrito acima do traço indicativo da fração. O numerador e o denominador são os termos de uma fração. Para que os alunos compreendessem melhor a definição de numerador e denominador, utilizamos o número total de alunos da turma e o relacionamos à ideia de denominador, posteriormente, nesta linha de pensamento, os dividimos em grupos com cinco alunos, no qual indicamos a quantidade cinco para o numerador. Assim, apresentamos a fração cinco trinta avos.

Após esta explicação, na terceira tentativa um dos alunos responde o que era esperado, para a compreensão da definição para os termos numerador e denominador.

Na sequência da explicação verbal e da indução ao conceito, escrevemos na lousa uma fração e destacamos o símbolo da fração (traço na horizontal).

Na Figura 4 apresentamos não só o registro da definição, mas também a representação do conceito com características conjuntivas e o uso do desenho como a base para constatação da definição relacionada ao material concreto.

Figura 4 – Conceito de fração – sujeito A4

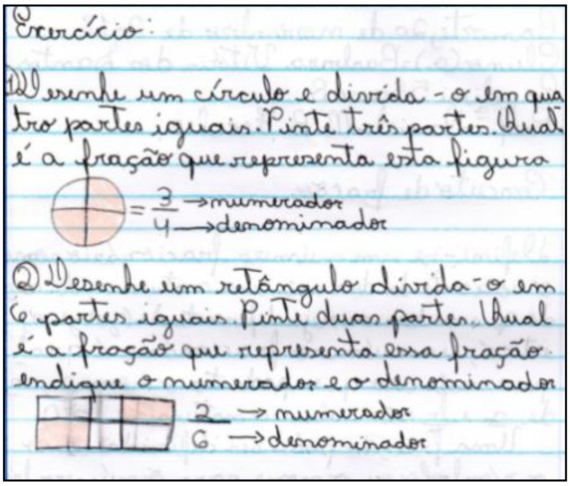


Fonte: Acervo da pesquisadora.

Finalizamos esse conceito com a representação geométrica e escrita da fração, com o intuito de que os alunos compreendessem pelo desenho a ideia de um todo, dividido em partes iguais e qual seria o número destinado para o numerador e o outro para o denominador. Foram propostas duas tarefas, embasadas nas explicações anteriores, como mostram as figuras 4 e 5.

Uma das tarefas solicitadas foi: Desenhe um círculo, divida em quatro partes iguais e pinte $\frac{3}{4}$ desse círculo. Escreva a fração na forma $\left(\frac{a}{b}, com\ b\ \neq 0\right)$, indique o numerador e o denominador. Relacionamos à tarefa anterior: Desenhe um retângulo, divida em seis partes iguais. Pinte $\frac{2}{6}$ dessa figura. Indique o numerador e o denominador.

Figura 5 – Exercício 1 e 2 do segundo encontro – sujeito B1



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Figura 6 – Exercício 1 e 2 do segundo encontro – sujeito A2

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Nas Figuras 5 e 6 representamos o momento em que o aluno realiza a ação introduzida na forma de situação problema, verifica o conhecimento ensinado, descobre o significado de fração e observa o sistema de características necessárias e suficientes. Nesse sentido, oportunizamos ações de leitura, interpretação, reconhecimento de numerador e denominador.

Na sequência, apresentam-se aos estudantes as regras convencionais para a leitura de fração, explorando a leitura de frações com valores diferentes no denominador (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 100, 10 000, 100 000, 1 000 000 e demais valores com o acréscimo da palavra avos). Nessa perspectiva, apresentamos a forma convencional da leitura e escrita de uma fração: inicialmente, o numerador e, em seguida, o termo correspondente ao denominador, de acordo com as regras:

Quadro 4 – Regras para leitura de frações

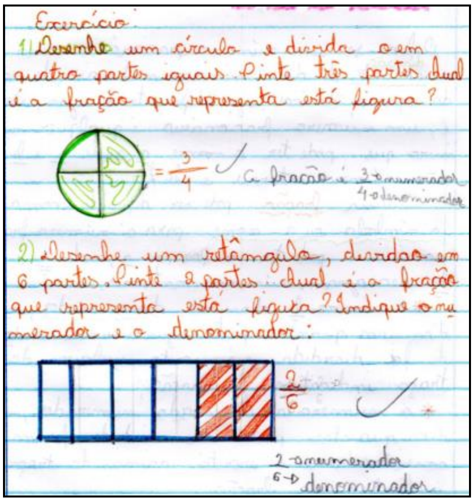
Denominador	Leitura
2	Meios
3	Terços
4	Quartos
5	Quintos
6	Sextos
7	Sétimos
8	Oitavos
9	Nonos
10	Décimos
100	Centésimos
1000	Milésimos
10 000	décimos milésimos
100 000	centésimos milésimos
1 000 000	Milionésimos

Fonte: Adaptada do livro Giovanni e Giovanni Jr. (1990, p. 90).

Para frações maiores que dez acrescentamos a palavra avos após a leitura normal do denominador.

Na Figura 7 demonstramos não somente a apropriação do conceito de fração na forma de desenho e na forma $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0, como também a identificação, reconhecimento e nomeação do numerador e denominador.

Figura 7 – Exercício 1 e 2 do segundo encontro – sujeito A3



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na figura 7, o aluno A3 compreendeu a tarefa solicitada e a resolveu com êxito. Nessa imagem, detectamos o controle das operações, a quinta condição e a sexta condição da teoria de assimilação proposta por Talizina (2000), em que o aluno descobre o significado da ação e realiza a tarefa a partir de um modelo, utilizamos da forma verbal e depois na forma interna, ou seja, na realização das tarefas escritas com apoio na memória dos conhecimentos ensinados.

Constatamos que dos vinte e cinco sujeitos pesquisados, vinte e três realizaram os exercícios propostos dentro do esperado e os sujeitos “G2” e “V1” não compreenderam o conceito de denominador e de numerador. Percebemos a necessidade de diferentes tarefas para a apropriação dos conceitos trabalhados. Porém, verificamos que os recursos didáticos utilizados atenderam aos objetivos e auxiliaram na apropriação dos conceitos ensinados, pois os alunos aplicaram os conceitos de fração nas tarefas solicitadas.

4.4.5 Terceiro encontro: conceito, termos e leitura de frações

Para o terceiro encontro (APÊNDICE H), segundo a Teoria da formação de conceitos elaborada por Talizina (2001), solicitamos aos alunos o uso da ação verbal externa e, depois, o registro por escrito das seguintes tarefas: “Escreva: O que é uma fração? O que é o denominador? O que é o numerador?”. Escolhemos essa tarefa por ir ao encontro com a teoria, pois propõe que os alunos reproduzam de forma oral, repitam algumas vezes e em forma completa todas as características do conceito e, na sequência, trabalhem em silêncio de maneira individual, para recordar as recomendações necessárias da definição.

Relembramos os conhecimentos sobre conceitos, termos da fração e regras convencionais para a leitura de qualquer fração. Além de que, para algumas tarefas, priorizamos a participação dos estudantes. Para se analisar a apropriação das regras convencionais e oportunizar um encontro enriquecedor, foi pedido que cada estudante fosse à lousa e escrevesse uma fração. Enquanto um escrevia, os demais estudantes realizaram a leitura, oralmente, da fração escrita e, depois, registraram por escrito a fração na forma $\frac{a}{b}$, com b $\neq$ 0 e na forma de escrita na língua materna.

Na tarefa em que os alunos participaram com a escrita da fração e os demais leram e copiaram, o diálogo a seguir destaca a forma verbal, a motivação e a constante retomada das definições:

Aluno I1: escreve na lousa a fração $\frac{6}{3}$

Pesquisadora: Então vamos lá! Qual é o numerador?

Aluno(s): Três

Pesquisadora: Qual é o denominador?

Aluno(s): Seis

Pesquisadora: Como leio esta fração?

Aluno 1: Seis por três (a pesquisadora movimenta a cabeça com sinal de negação).

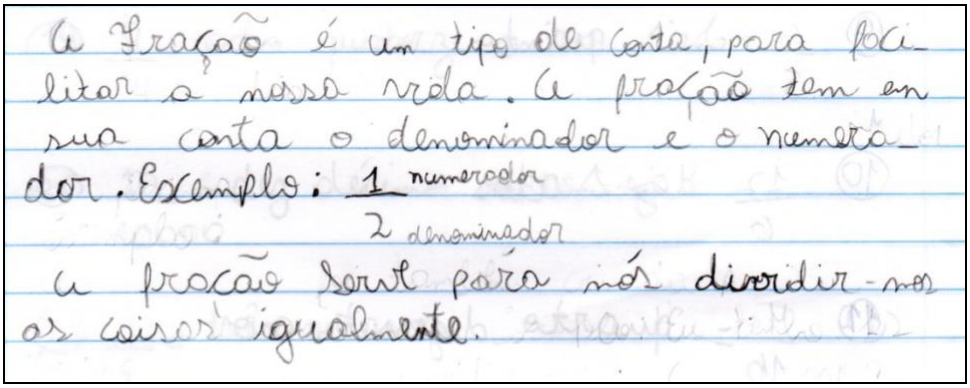
Aluno 2: Seis por três (a pesquisadora movimenta a cabeça com sinal de negação).

Aluno 3: Seis terços (os alunos fazem a autocorreção).

Pesquisadora: Lembrem-se que dois é meio e três é terço.

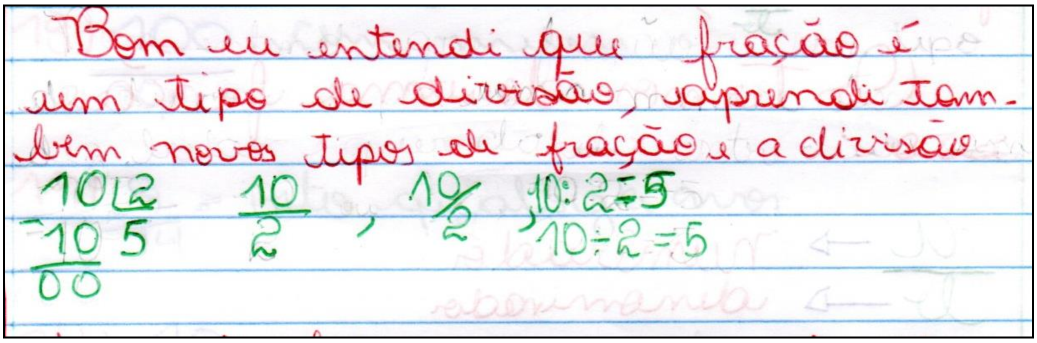
Nesse sentido, entre os registros, dois sujeitos mencionaram a história e como surgiram as frações; dezesseis sujeitos escreveram que a fração é uma divisão; quinze incluíram desenhos para indicar uma fração e, dezenove sujeitos representaram o conceito na forma $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0, indicando os termos numerador e denominador adequadamente e, entre esses, seis compreenderam a nomenclatura de numerador e denominador, porém inverteram na indicação da fração na forma $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0. As Figuras 8 e 9 exemplificam os registros dos alunos em que a fração é percebida como divisão.

Figura 8 – Resultado do exercício 1 do terceiro encontro – sujeito A1


a Fração é um tipo de conta, para faci-
litar a nossa vida. a fração tem em
sua conta o denominador e o numera-
dor. Exemplo: $\frac{1}{2}$ numerador denominador
a fração serve para nós dividir-mos
os coisas igualmente.

Fonte: Acervo da pesquisadora.

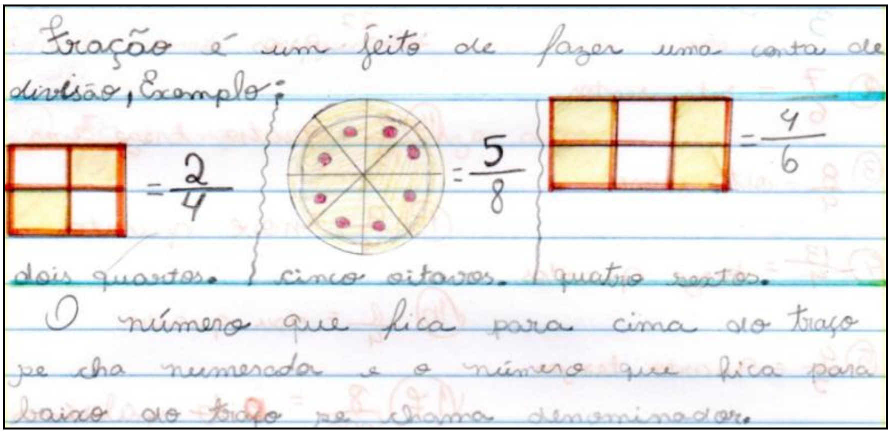
Figura 9 – Resultado do exercício 1 do terceiro encontro – sujeito M1


Bom eu entendi que fração é
um tipo de divisão, aprendi tam-
bém novos tipos de fração e a divisão
10|2 $\frac{10}{2}$, $\frac{10}{2}$, 10:2=5
-10 5 10÷2=5
00

Fonte: Acervo da pesquisadora.

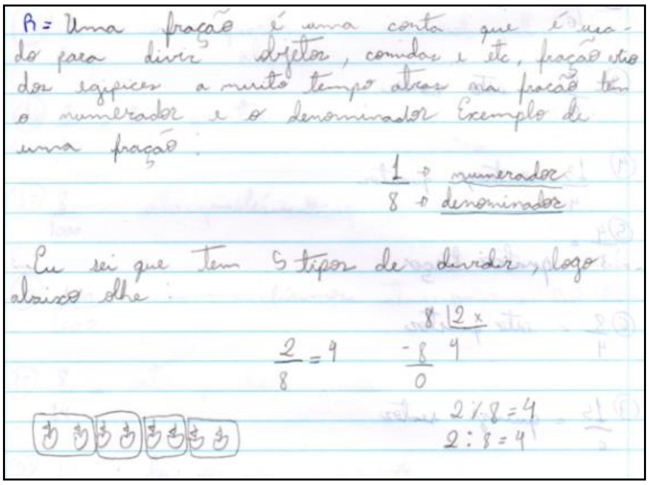
Nas figuras 10 e 11 os sujeitos “A4” e “Y1” acrescentaram, contudo, desenhos, leitura de fração e o conceito para termos da fração:

Figura 10 – Resultado do exercício 1 do terceiro encontro – sujeito A4



Fonte: Acervo da pesquisadora.

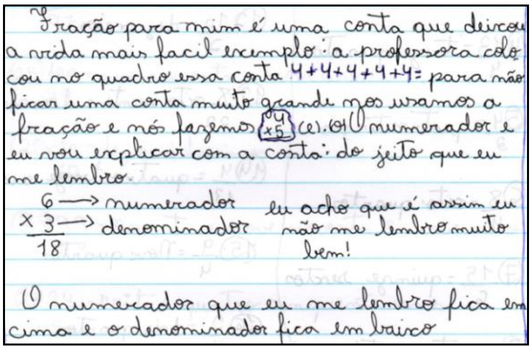
Figura 11 – Resultado do exercício 1 do terceiro encontro – sujeito Y1



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Observamos, em alguns registros, a necessidade de mais explicações para apropriação do conceito. Nas Figuras 12, 13, 14, 15 e 16 percebemos que os alunos necessitam de outras explicações, pois as realizadas nas intervenções foram insuficientes para a apropriação efetiva do tema trabalhado.

Figura 12 – Resultado do exercício 1 do terceiro encontro – sujeito B1



Fração para mim é uma conta que deixou a vida mais facil exemplo: a professora colocou no quadro essa conta 4+4+4+4+4= para não ficar uma conta muito grande nos usamos a fração e nós fazemos $\boxed{\begin{array}{r}4\\ \times 5\end{array}}$ (e).(4) O numerador e eu vou explicar com a conta: do jeito que eu me lembro.

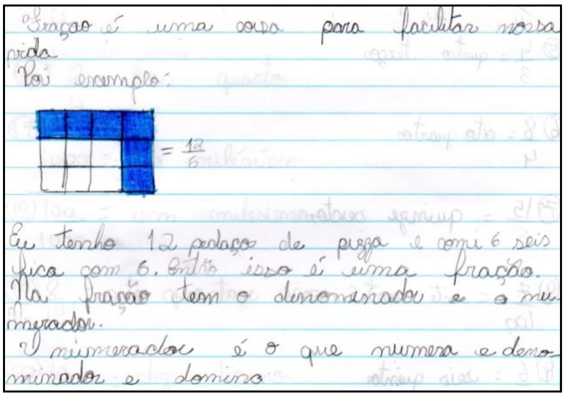
6 → numerador
x 3 → denominador
18

eu acho que é assim eu não me lembro muito bem!

O numerador que eu me lembro fica em cima e o denominador fica em baixo

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Figura 13 – Resultado do exercício 1 do terceiro encontro – sujeito F2



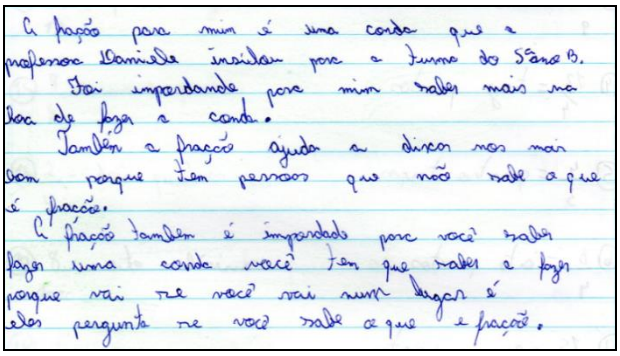
Fração é uma coisa para facilitar nossa vida
Poi exemplo:

= 12/6

Eu tenho 12 pedaço de pizza e comi 6 seis fica com 6. Então isso é uma fração. Na fração tem o denominador e o numerador.
O numerador é o que numera e denominador e domina

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Figura 14 – Resultado do exercício 1 do terceiro encontro - sujeito D4



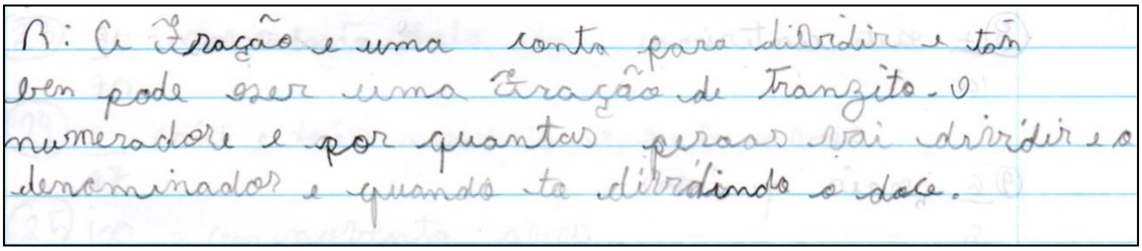
A fração para mim é uma conta que a professora Daniele insinou para a turma do 5º ano B.
Foi importando para mim saber mais na hora de fazer a conta.
Também a fração ajuda a dizer nos mais bem porque tem pessoas que não sabe o que é fração.
A fração tambem é importando para você saber fazer uma conta você tem que saber e fazer porque vai se você vai num lugar e eles pergunta se você sabe o que é fração.

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Figura 15 – Resultado do exercício 1 do terceiro encontro – sujeito G3

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Figura 16 – Resultado do exercício 1 do terceiro encontro – sujeito M2



R: A fração e uma conta para dividir e tam
ben pode ser uma fração de Tranzito. O
numeradore e por quantas pesoas vai dividir e o
denominador e quando ta dividindo o doce.

Fonte: Acevo da pesquisadora

Nas figuras de 8 a 16, com a análise dos registros dos alunos, o uso da definição do conceito constatamos a forma materializada, os conceitos espontâneos, o uso adequado dos termos e das regras convencionais da leitura. O recurso didático confirmou também os objetivos relacionados.

Participaram desse encontro vinte e cinco alunos. Por meio dos registros realizados, constatamos a apropriação de conceitos ensinados anteriormente. Nessa perspectiva, avaliamos o trabalho desenvolvido com a escolha adequada dos recursos didáticos utilizados e a apropriação dos conceitos ensinados.

4.4.6 Quarto encontro: frações e o seu uso em situações da vida diária

Planejamos este encontro (APÊNDICE I), com o intuito de relacionar esse conceito com atividade relacionada ao cotidiano dos alunos, uma vez que a matemática

> [...] desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Do mesmo modo, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo. (BRASIL, 1997).

Frente a essa situação, dividimos esse encontro em dois momentos. No primeiro se priorizou a apresentação de situações do uso da fração na unidade de medida de capacidade e horas, demonstramos com a manipulação de materiais e constatamos que, nesse momento, a ação de motivação se concretizou quando apresentamos diferentes objetos de uso de vida diária, relacionado à aplicação do conceito de fração.

Para D'Augustine (1994), as crianças devem ter muitas experiências em determinar o quociente de dois números naturais. Os livros didáticos contribuem com alguns exemplos sobre sua aplicação. Portanto, oportunizamos uma atividade em que a fração possa ser compreendida na utilidade da vida diária, nas mais diferentes situações. Entre essas aplicabilidades, o seu uso em medidas de capacidade[4] foi destacado em (litro, meio litro, um quarto de litro), em medidas de tempo (hora, meia hora, um quarto de horas), o sistema métrico (um metro e meio metro), o sistema de massa (quilo, meio quilo) e o sistema monetário.

Dessa forma, exploramos, oralmente, diferentes situações cotidianas em que utilizamos frações. Escolhemos a unidade de medida de capacidade e apresentamos uma jarra com capacidade para 2 litros de água, uma jarra com capacidade para 1 litro de água, dois copos medidores com capacidade de 500 ml, dois copos descartáveis com capacidade para 500 ml, dez copos com capacidade para 100ml, quatro copos com capacidade para 250ml, 20 copos descartáveis com capacidade de 50 ml.

---

[4] Atividade adaptada: Resolvendo problemas com capacidades e frações (GIMENEZ; BIGODE, 2005, p. 158).

Figura 17 – Materiais de uso na vida diária – jarras e copos

Fonte: Acervo da pesquisadora.

A Figura 17 mostra os objetos relacionados ao cotidiano dos alunos, para que relacionassem as ações de comparação e identificação das características do conteúdo. Oportunizamos a mediação com os recursos (jarras e copos) como instrumentos e concomitantemente indagamos aos alunos sobre as seguintes situações: “Com 1 litro de água é possível encher 2 copos de 500ml? Qual é a fração que representa cada copo?”, “Com 1 litro de água é possível encher 10 copos com capacidade de 100ml? “Qual é a fração que representa 3 copos de 100ml?”, “Quantos ml haverá em 3 copos?”. A finalização desse exercício se deu com a seguinte pergunta: “Quantos copos de 500ml precisamos juntar para termos 3 litros de água?”, em que se exige um cálculo mental, pois não se apresenta os objetos aos alunos para a resolução desta.

Além dos recursos mencionados, utilizamos, na sequência, um relógio analógico (Figura 18), retomamos o conceito de horas, minutos e leitura de horas. Relacionamos a esta tarefa a ação de reconhecimento do conceito “fração” em situações cotidianas como motivação para ações de comparação, memorização da definição, análise das características dos conceitos conjuntivos e disjuntivos, para a ação verbal externa e para a ação intelectual.

Figura 18 – Materiais de uso na vida diária – relógio analógico

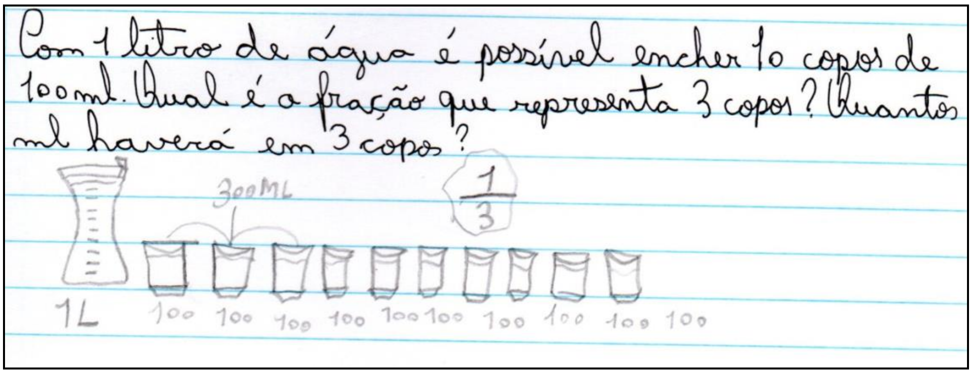
Fonte: Acervo da pesquisadora.

Desenhamos na lousa um relógio analógico e demostramos possíveis divisões em partes iguais. Inicialmente de 30min em 30min, nesse caso, ao meio e depois de 15min em 15min, representando uma divisão de quatro partes iguais. Os minutos foram relacionados com a fração em situações-problema como: “Que fração de hora representa 15 minutos?”, “Quantos minutos de horas há em $\frac{3}{4}$ de horas?”. Nesse momento, houve o registro, no quadro, da situação-problema, mediada a resolução com apoio no desenho de um relógio e a pintura da parte solicitada, para a compreensão efetiva da aplicação do conceito de fração na unidade de medida tempo. Priorizamos para esse encontro, o registro em língua portuguesa, o desenho e a forma $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0, para responder as tarefas propostas.

Dedicamos o segundo momento ao registro por escrito das situações vivenciadas na explicação e registramos na lousa problemas similares. Três tarefas foram escolhidas para a unidade de medida de capacidade e duas com a unidade de medida de tempo. Na primeira tarefa “Com 1 litro de água é possível encher 2 copos de 500ml. Qual é a fração que representa cada copo?”, solicitamos que registrassem por desenho, por algoritmo usual ou outra forma de resolução a tarefa proposta. Percebemos que dentro os registros, oito alunos utilizaram o desenho e a fração para a resolução, um aluno representou a resolução com desenho, doze com o registro da fração $\frac{1}{2}$ para indicar a resposta e dois registraram a fração, invertendo o valor para o numerador e denominador. Nesse sentido, o sujeito “V1” indicou $\frac{2}{1}$ para indicar os dois copos de 500 ml e o sujeito “F2” representou $\frac{1000}{500}$. O sujeito “D1” apenas copiou o enunciado do primeiro problema proposto e devido a problemas pessoais necessitou ausentar-se da escola e não realizou a parte escrita do encontro.

No segundo exercício exigimos, aqui, além do registro da fração o conceito de adição de medidas de capacidade. A resolução do exercício (esperada pela pesquisadora) foi a solução que o sujeito “B1” apresentou, como mostra a figura 19.

Figura 19 – Resolução do exercício 4 do quarto encontro – sujeito B1



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na Figura 19 reconhecemos o uso da ação mental, ou seja, a última etapa da teoria da assimilação proposta por Talizina (2000). A ação mental proposta por Talizina acontece quando a pessoa analisa uma situação, e por meio da definição na ação verbalizada com apoio na forma materializada, realiza uma ação silenciosa (interior) e registra o conceito apropriado.

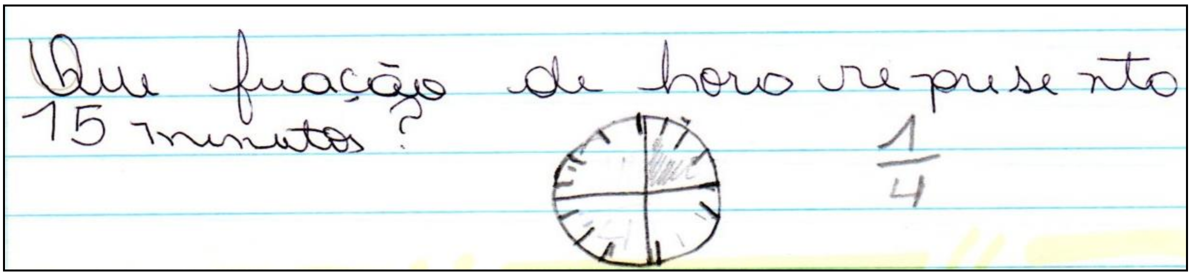
Dado o exposto, participaram desse encontro de intervenção pedagógica vinte e quatro alunos. Ao analisar os dados, verificamos que dois alunos registraram com apoio no desenho (forma materializada), fizeram uso da fração $\frac{3}{10}$ e responderam a segunda pergunta do problema que tinha como resposta 300 ml;

dois sujeitos responderam $\frac{3}{10}$ e 300 ml; um registrou apenas a fração; cinco desenharam e registraram a fração; um desenhou e respondeu a segunda pergunta; um respondeu só a segunda pergunta; dois iniciaram pelo desenho e não concluíram a resolução; três registraram a fração incorretamente, porém responderam corretamente a segunda pergunta; um desenhou corretamente, mas a fração registrou incorretamente; dois escreveram a fração incorreta e registraram corretamente a capacidade para os três copos e, houve quatro alunos sem o registro.

Como resolução do exercício três, com enunciado “Quantos copos de 500 ml precisamos juntar para termos 3 litros?”, verificamos que dos vinte e quatro alunos, dez resolveram corretamente o exercício proposto; dois registraram incorretamente; nove sujeitos só copiaram o enunciado e três não o copiaram. Portanto, notamos que a forma materializada, individualmente, apresentaria uma aprendizagem significativa, e concluímos que só a demonstração da pesquisadora não foi suficiente para uma efetiva apropriação.

Na quarta tarefa, elegemos a unidade de medida de tempo, constatamos que dos vinte e quatro alunos, seis resolveram adequadamente, dos quais três utilizaram o registro da fração $\frac{1}{4}$ e os outros três desenharam o relógio analógico e escreveram a fração, conforme representa a figura 20. Um sujeito registrou de forma incorreta, dez só copiaram o exercício e sete não o copiaram, devido ao final do período de aula e tempo inapropriado para a conclusão da tarefa solicitada.

Figura 20 – Resolução do exercício 5 do quarto encontro – sujeito D4



Fonte: Acervo da pesquisadora.

A figura 20, o aluno D4, fez uso da ação materializada e ação mental.

Para a última tarefa “Quantos minutos há em $\frac{3}{4}$ de horas?”, devido ao curto espaço de tempo para sua realização, tendo em vista o final do período de aula, verificando que dos vinte e quatro alunos, doze copiaram o enunciado, mas cinco resolveram o problema e doze não copiaram o enunciado.

Após o intervalo, percebemos que os objetivos previstos para esse encontro, principalmente, os relacionados às tarefas finais, obtiveram resultados insatisfatórios. Verificamos também que se os alunos tivessem manipulados os materiais com a nossa mediação, durante o momento da explicação, a formação destes conceitos seria apropriada efetivamente. Dado o exposto, constatamos não só a necessidade de mais tempo para realização dessa atividade, mas também de materiais concretos para todos os alunos.

De acordo com os PCNs (1997, p. 101) existem vários obstáculos nessa passagem, como a possibilidade de registrar um mesmo número de formas diferentes e infinitas, no caso, as frações equivalentes. A frações ½, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, representam a mesma quantidade do todo, entretanto, são escritas de forma diferente.

Devido ao tempo disponibilizado para a realização desta pesquisa, não retomamos o ensino para que os alunos que não se apropriaram aprendessem e relacionassem o uso das frações nestas situações cotidianas. Desta forma, percebemos a necessidade de no mínimo dois encontros para a apropriação do conceito ensinado.

4.4.7 Quinto encontro: conceito de fração própria, fração imprópria e fração aparente

No quinto encontro de intervenção (APÊNDICE J), o objetivo principal foi conceituar fração própria, fração imprópria e fração aparente. Como as frações podem ser classificadas em própria, imprópria e aparente, exploramos conhecimentos necessários (de maior, menor, múltiplos, numerador e denominador), retomamos a definição de fração, termos e regras convencionais para leitura e selecionamos quatro tarefas.

Seguindo esse princípio, as definições que melhor atenderam à classificação de frações foram encontradas em livros didáticos, como os citados por Giovanni e Giovanni Jr. (1990):

> - Há frações que representam menos que uma unidade (uma parte da unidade); essas frações são chamadas frações próprias. Nas frações próprias, o numerador é menor que o denominador.
> - Há frações que representam uma unidade, duas unidades etc.; essas frações são chamadas frações aparentes. Nas frações aparentes, o numerador é múltiplo do denominador.
> - Há frações que representam mais que a unidade (uma unidade mais parte dela; duas unidades mais parte dela etc.); essas frações são chamadas frações impróprias. [...] nas frações impróprias, o numerador é maior que o denominador. (GIOVANNI; GIOVANNI JR, 1990, p. 94).

Essas definições foram escolhidas, porque atenderam aos quesitos propostos por Talizina (2000), para o ensino dos conceitos com características conjuntivas e características disjuntivas. Nesse sentido, relacionamos a definição de fração à ação de reconhecimento, a ação verbal externa, a comparação e a classificação elaboradas por Talizina (2000). Portanto, inter-relacionamos ações cognitivas e o pensamento lógico. Exploram-se esses conceitos de diferentes pontos de vista (base orientadora), inicialmente, pela parte escrita, na representação com desenho e na forma $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0. Para a autora, o ensino dos conceitos deve ser uma constante, pois para cada conceito ensinado, esse será utilizado para que outro seja aprendido, ou seja, “[...] uma sucessão impecável de conceitos encadeados uns aos outros”. Ifrah (1992, p. 10) e segundo Talizina (2001, p. 44).

> [...] permite por um lado, integrar o conceito que se estuda a outros conceitos anteriormente aprendidos e, por outro lado, ver as subclasses de objetivos que se incluem neste conceito. [...] Antes de mais nada, os alunos tem que aprender a eleger a base para a classificação e conserva-la até o final de seu trabalho, enquanto que não termina todo o volume do conceito. Em qualidade de base para a classificação, evidentemente se retornam as características essenciais deste conceito (TALIZINA, 2001, p. 44).

A ação de comparação ajuda o aluno a compreender o lugar do conceito, que está se assimilando, entre outros. Pois, em ações anteriores, a comparação se realiza sobre a base das características essenciais. (TALIZINA, 2001, p. 35).

Para esta situação, Talizina (2001) considera a ação gráfica da dedução das consequências, ou seja, o estudante conseguirá deduzir um tipo de fração se tiver apropriado conceitos anteriores como: maior/menor, números múltiplos, a escrita da fração na forma $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0, qual o termo é o numerador e qual é o denominador. Após a apropriação desses conhecimentos, o estudante conseguirá classificar e deduzir as características para a fração própria, fração imprópria e fração aparente. Pois, segundo Talizina (2001, p. 10), "[...] a quantidade de características que pode ser indicada com o objeto, depende do conteúdo do conceito mesmo e do nível dos conhecimentos dos estudantes acerca deste." Assim, após apresentarmos as características que classificam uma fração em própria, imprópria ou aparente, os estudantes receberam um pedaço de papel em branco (o sulfite dobrado em partes iguais e dividido, para que cada parte do todo, a "fração", fosse entregue a cada estudante). Cada aluno escreveu uma fração, sem que o colega pudesse ver. Na sequência, cada aluno foi até a lousa onde estava fixado um quadro com três divisões. Cada divisão referia-se a um tipo de fração. Nesse momento, os alunos classificaram a fração escrita do amigo em "fração própria" ou "fração imprópria" ou "fração aparente". Os alunos colaram no quadro fixado na lousa o papel em que estava registrada a fração com auxílio da pesquisadora (Figura 8), classificando-a corretamente.

Para a realização da tarefa dois, pegamos um sulfite colorido, dobramos em quatro partes iguais e o dividimos em quatro. Nessa ocasião, solicitamos aos alunos que respondessem perguntas como: "Dividimos um inteiro em partes iguais?", "Como podemos chamar esta parte?", nesse caso, indicamos uma parte do todo (1/4) e aproveitamos para que os alunos fizessem a leitura das partes que eram mostradas: um quarto, dois quartos, três quartos e quatro quartos ou um inteiro. Na sequência, entregamos um quarto de papel para cada aluno. Solicitamos aos alunos que escrevessem uma fração na forma $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0. Após essa etapa do exercício, pedimos que cada aluno, um por vez, fosse até a frente da sala, mostrasse a sua fração. Os demais alunos fizeram a leitura e classificaram as frações em fração aparente, fração própria ou fração imprópria. Para cada fração apresentada, questionamos os alunos "o numerador é maior, menor ou igual ao denominador?".

Na sequência, perguntamos “Então esta fração é própria, imprópria ou aparente? Para finalizar, colavam no quadro fixado na lousa as frações.

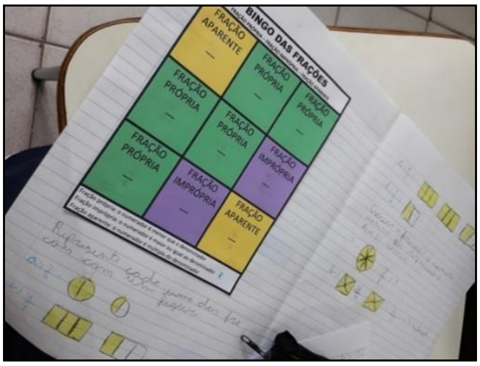
Figura 21 – Classificação de frações

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na Figura 21 verificamos a apropriação dos conceitos ensinados, a partir da ação materializada, relacionada à forma verbal externa e à ação mental, percebendo também a ação de classificação e comparação das definições ensinadas.

Para atender os objetivos desta pesquisa, elaboramos o jogo “bingo das frações: fração própria, fração imprópria e fração aparente” (APÊNDICE K), verificamos a apropriação dos conceitos apresentados por meio da classificação e participação dos sujeitos envolvidos.

Figura 22 – Exercício 3 do quinto encontro – sujeito R1



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na Figura 22 constatamos o uso da ação de classificação, comparação, além, da ação de reconhecimento, verbal externa e mental, sugeridos por Talizina (2000).

Elaboramos a cartela do bingo dividida em nove quadros e em cada um foi escrito aleatoriamente “fração própria” (fundo com cor verde) ou “fração imprópria” (fundo com cor roxa) ou “fração aparente” (fundo com cor amarelo), seguido por um traço na horizontal para representar o traço da fração. Em um envelope separado, colocamos fichas escritas por extenso o nome de algumas frações. Sorteamos uma ficha por vez, lemos e mostramos aos alunos. Nesse momento, o aluno converteu a escrita por extenso da fração (língua portuguesa) para a forma $\frac{a}{b}$, relembramos regras da leitura da fração, depois de escritas e classificadas no quadro. Durante a escrita dos alunos, a pesquisadora andou por entre as filas de carteiras, verificamos o registro e caso algum aluno apresentasse dúvida ou erro, mediou por meio da fala características da fração para a classificação adequada. Ao término de cada preenchimento de um trio na horizontal ou na vertical, demos uma caneta como prêmio. Finalizamos o jogo quando acabaram os prêmios (as canetas).

Na análise dos resultados, constatamos a participação de vinte e cinco alunos. Na primeira tarefa, além da participação, todos registraram corretamente os conceitos apresentados.

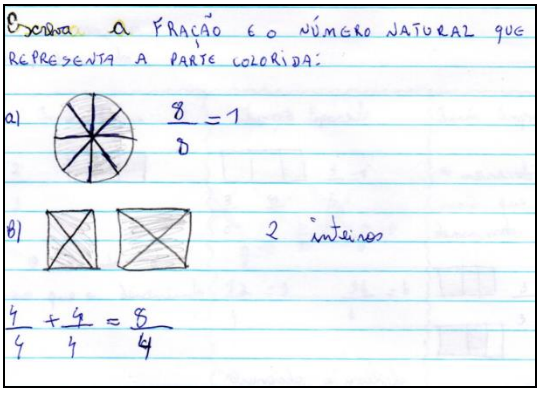
Na segunda tarefa, priorizamos os conhecimentos apropriados e a partir de um sulfite, relembramos o conceito de fração ao dividir um inteiro em partes iguais e cada parte foi uma fração $\frac{1}{4}$ do papel. Na tarefa de classificação dos tipos de fração, averiguamos que os alunos leram a fração e a classificaram adequadamente.

Na tarefa três, mais dinâmica, o bingo das frações, constatamos algumas dificuldades para a classificação das frações e foi necessária a mediação a partir da fala individual para a apropriação dos conceitos trabalhados.

Na tarefa quatro, registramos na lousa situações em que exigiam a escrita na forma $\frac{a}{b}$, b ≠ 0, relacionadas ao desenho geométrico. Com o enunciado “represente cada uma das frações com uma figura”, verificamos que os vinte e cinco alunos representaram a fração por meio de uma forma geométrica e dentre eles, dez escreveram na fração imprópria a soma de fração com o mesmo denominador e dois sujeitos apresentaram registro incorreto para a fração imprópria. Depois da tarefa, retomamos verbalmente as definições de fração própria, imprópria e aparente.

Na quinta tarefa, apresentamos, na figura 23, a tarefa solicitada e resolvida.

Figura 23 – Resolução do exercício 5 do quinto encontro – sujeito D4



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Verificamos que dezessete alunos atenderam às expectativas e entre as resoluções, dois registraram a fração imprópria/aparente e o número inteiro; dez representaram a fração imprópria/aparente, com a soma de fração com o mesmo denominador e o número inteiro e, cinco representaram a fração imprópria/aparente e a soma das frações; dois alunos não resolveram corretamente o exercício b e um não o realizou; dois copiaram o exercício proposto e não o resolveram, e um não copiou o exercício proposto devido ao final do horário da aula, fim do dia letivo. Diante deste fato, para a próxima intervenção planejamos a retomada dos conceitos e processos aritméticos necessários para a resolução das tarefas.

4.4.8 Sexto encontro: a fração imprópria e o número misto

Iniciamos o sexto encontro com o objetivo de verificar por escrito, se os estudantes apropriaram-se dos conceitos de fração própria, imprópria e aparente, ensinados nas intervenções anteriores (APÊNDICE L).

Utilizamos a ação de reconhecimento do conceito, a partir da ação de motivação com perguntas sobre as características de cada tipo de fração: fração própria, fração imprópria e fração aparente. Na sequência, requisitamos o registro por escrito desses conceitos e sugerimos que poderiam complementar com a representação de figuras e com a escrita da fração na forma $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0. Escolhemos para esse momento, a ação mental da teoria de assimilação.

Após o registro por escrito, apresentamos a partir do conceito de fração imprópria, o conceito do número misto. Utilizamos a ação verbal externa, o registro por meio do desenho de figuras geométricas e o registro escrito nas regras de conversão de fração imprópria até o número misto e vice-versa. Nesse processo, apresentamos a ideia de adição de frações (mesmo que ainda não trabalhado esse processo) como meio para facilitar a compreensão do processo de conversão, além da forma correta de leitura de um número misto. Conforme apresentamos no diálogo:

Pesquisadora: Outro exemplo: Então meu círculo foi dividido em quantas partes?
Alunos: oito
Pesquisadora: Quantas partes eu pintei? (A pesquisadora aponta para a figura na lousa).
Alunos: Oito e aí quatro.
Pesquisadora: Então, eu vou somar! Permaneço com 2 horas permaneço com denominador e eu vou mexer só com numerador, tudo bem? Oito mais quatro, deu quanto? Doze! Ficou uma fração imprópria.
Aluno(s): Oito oitavos.
Quantos inteiros eu tenho aqui?
Aluno(s): Um quatro oitavos.
Pesquisadora: Um quatro oitavos. E aí como eu posso escrever?
Aluno(s): Um quatro oitavos.
Pesquisadora: Esse ponto não vai mais aparecer (a pesquisadora aponta para o símbolo da multiplicação), tudo bem? Como eu vou ler?
Aluno(s): Um inteiro mais quatro oitavos.
Pesquisadora: Como chama esse número aqui? Okay?
Aluno(s): Um inteiro mais quatro oitavos
Pesquisadora: Um inteiro mais quatro oitavos, número misto...misto! (A pesquisadora aponta e dá ênfase para a escrita do número misto), okay?

Nesse momento, questionamos os alunos sobre os conceitos: “O que é uma fração própria?”, “O que é uma fração imprópria?” e “O que é uma fração aparente?” e os sujeitos responderam oral e coletivamente as características de cada definição.

Após a ação verbal externa, registramos, na lousa, os conceitos e destacamos as características de cada fração. Os materiais foram analisados, verificando que todos os alunos registraram por escrito e por desenho os conceitos ensinados.

Participaram desse encontro vinte e quatro alunos. Constatamos, após análise dos materiais que os conhecimentos prévios necessários para a apropriação do conceito de número misto seriam possíveis. Com apoio na definição de fração imprópria, da figura geométrica e da ideia de adição de fração com denominadores iguais, os alunos registraram o conceito de número misto. Assim, os materiais utilizados atenderam aos objetivos propostos.

4.4.9 Sétimo encontro: conhecendo o número misto

O sétimo encontro contou com a participação de vinte e dois alunos. Os objetivos desse encontro foram retomar os conceitos de encontros anteriores e verificar a apropriação desses, além de ensinar o conceito de número misto e sua aplicabilidade em situações da vida diária. Nesse sentindo, para o sétimo encontro de intervenção pedagógica (APÊNDICE M), a pesquisadora verificou os conceitos apropriados nos encontros anteriores. Separamos esse encontro em dois momentos.

No primeiro momento exploramos a ação verbal externa e o registro por escrito dos conceitos apropriados de fração própria, fração imprópria, fração aparente e número misto. Registramos na lousa a tarefa, uma a uma, e, aguardamos até que todos terminassem de responder: O que é fração própria?; O que é fração imprópria?; O que é fração aparente?; O que é número misto? Em qual(is) situação(ões) se utiliza(m) um número misto?

Na THC, quando o sujeito usa a fala para expressar suas ideias, esse processo organiza o pensamento e a escrita auxilia no processo da formação e apropriação do conceito. Talizina (2001) propõe que a memorização do conceito pode se dar de maneira involuntária, com o uso de diferentes formas externas de apresentação da informação e como resultado de sua utilização durante a solução de problemas para a indução ao conceito.

D’Augustine (1994, p. 158) considera que “[...] diariamente, as pessoas têm muitas oportunidades de usar o nome de um número natural junto com o nome de um número fracionário menor do que um”. Pensando nessa situação, oportunizamos aos estudantes uma situação de vida diária, em que o uso de números mistos fizesse sentido para a realidade desses estudantes. Escolhemos o gênero textual - receita culinária. A partir desse gênero textual, relacionamos o conceito à sua aplicabilidade e exploramos a leitura convencional do número misto.

Segundo D’Augustine (1994), o professor precisa ensinar a seus alunos a encontrar muitos nomes para os números fracionários e ensiná-los a escolher o nome mais apropriado para cada situação é necessária e diante do exposto,

> Há dois conceitos importantes que devem ser desenvolvidos quando se estiver ensinando os princípios dos numerais mistos: o primeiro é o de que um nome como $2\frac{1}{5}$ é realmente uma forma abreviada para a expressão $2 + \frac{1}{5}$; o segundo é o de que um nome como $2\frac{1}{5}$ pode ser sempre expresso sob a forma de fração, porque $2\frac{1}{5} = 2 + \frac{1}{5} = \frac{2}{1} + \frac{1}{5} = \frac{2 x 5}{1 x 5} + \frac{10}{5} = \frac{10}{5} + \frac{1}{5} = \frac{11}{5}$. (D’AUGUSTINE, 1994, p. 162).

Nesta linha de pensamento, no segundo momento, exemplificamos a aplicação de número misto com o gênero textual receita culinária. O gênero textual – receita (Figura 11) foi escolhido para esse momento para contextualizar o uso do número misto em situações cotidianas. Assim, escrevemos, na lousa, a receita “Massa de pizza rápida e fácil” e aguardamos os alunos até que todos terminassem de copiar o texto na folha de papel almaço. Além disso, sugerimos a representação dos ingredientes da receita com desenhos para facilitar a apropriação do conceito de número misto, juntamente com a escrita algébrica do processo de números mistos para um número fracionário e fração imprópria também pode ser escrita na forma de número misto.

No Quadro 5, apresentamos a receita culinária que utilizamos no processo de apropriação do conceito de números misto.

Quadro 5 – Receita massa de pizza rápida e fácil

Massa de pizza rápida e fácil	
Ingredientes: 2 $\frac{1}{2}$ xícaras de farinha de trigo 1 colher de sopa de fermento $\frac{3}{4}$ xícara de leite morno $\frac{1}{4}$ xícara de óleo ou azeite 1 pitada de sal	Modo de preparo: Dissolva o fermento no leite morno, acrescente ao poucos a farinha de trigo. Abra a massa e deixe descansar até crescer. Asse por 15 minutos ates de colocar o molho e o recheio.

Fonte: Disponível em: http://www.tudogostoso.com.br/receita/51064-massa-de-pizza-rapida-e-facil.html

Após a cópia do texto, sugerimos a leitura silenciosa, posteriormente realizamos a leitura oral coletiva, exploramos o reconhecimento de fração própria, a partir de perguntas como: “A fração $\frac{3}{4}$ que aparece na receita é uma fração própria, imprópria ou aparente?”, “A fração $\frac{1}{4}$ que aparece na receita é uma fração própria, imprópria ou aparente? “Qual número misto aparece na receita?”. Solicitamos aos alunos que pintassem de vermelho o número misto, que aparece no texto da receita.

Na sequência, desafiamos os alunos para o registro por escrito da leitura dos números mistos.

Para a última tarefa, exploramos a representação por meio da figura geométrica, as relações entre fração imprópria e número misto e a ideia de adição de fração.

Na análise das atividades propostas, verificamos na primeira tarefa, a apropriação das características essenciais de cada fração.

Na forma de ação verbal, retomamos conceitos anteriormente ensinados. Como ação de motivação, sugerido por Talizina (2001) inicialmente indagamos os alunos com: Vocês se lembram do que é uma fração própria? Constatamos que os alunos responderam “É quando o numerador é menor do que o denominador”. Na sequência, elogiamos a resposta dada e solicitamos que um aluno exemplificasse este conceito. Obtivemos como resposta do aluno B2, dois terços. Depois perguntamos: O que é uma fração imprópria?, e verificamos que apropriaram do conceito que é uma fração que apresenta, o numerador maior que o denominador.

Posteriormente, a aluna B1 exemplificou com sete quintos. Depois, com o que é uma fração aparente?, e recebemos a resposta: É quando o numerador é múltiplo do denominador. Como exemplo um aluno exemplificou com a fração seis terços. Finalizamos com a pergunta: o seis é múltiplo de três?, e os alunos afirmaram que seis é múltiplo de três.

No registro escrito de cada conceito, constatamos para a primeira pergunta: quatro sujeitos desenharam figuras geométricas e mais a fração na forma $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0; três sujeitos desenharam figuras geométricas, escreveram a fração na forma $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0 e complementaram a explicação em língua materna; cinco sujeitos só registraram pela escrita em língua materna; um registrou só com a fração na forma $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0; oito sujeitos registraram na forma $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0 e complementaram a explicação em língua portuguesa e, um com escrita em língua portuguesa mais o desenho da figura geométrica que representou as partes do inteiro.

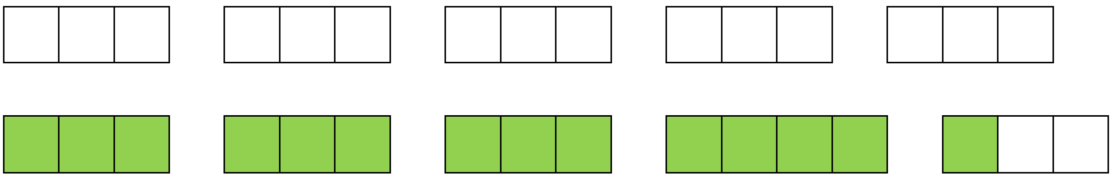
Para a pergunta "O que é uma fração imprópria?" observamos: três desenharam figuras geométricas e mais a fração na forma $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0; três desenharam figuras geométricas, escreveram a fração na forma $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0 e complementaram a explicação em língua materna; seis só registraram pela escrita em língua materna; dois registraram com a fração na forma $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0; sete escreveram a fração na forma $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0 e complementaram a explicação em língua materna e, um com escrita em língua materna mais o desenho da figura geométrica.

Para a pergunta "O que é uma fração aparente?" obtivemos: três desenharam figuras geométricas e mais a fração na forma $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0; um desenhou figura geométrica, escreveu a fração na forma $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0 e complementou a explicação em língua materna; oito só registraram pela escrita em língua materna; dois registraram com a fração na forma $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0; sete escreveram a fração na forma $\frac{a}{b}$

com b ≠ 0 e complementaram a explicação em língua materna e, um com escrita em língua materna mais o desenho da figura geométrica.

Para a tarefa quatro, solicitamos "O que é um número misto?", com o objetivo de verificar dificuldades na aprendizagem e no processo de ensino apresentadas no encontro anterior, mediado pela fala, pelo registro escrito e com a interação dos sujeitos apresentamos um breve relato sobre a metodologia utilizada.

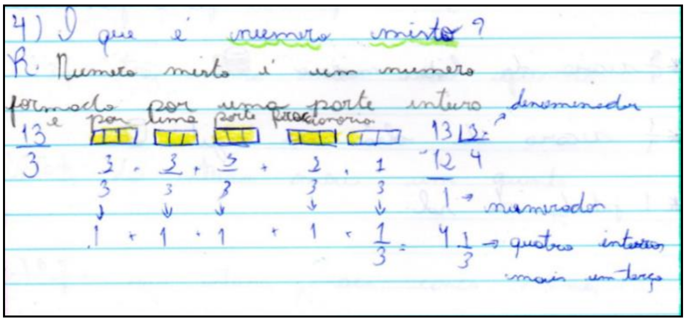
Perguntamos se algum aluno poderia explicar como transformar uma fração imprópria em número misto. Então, o aluno B2 exemplificou com a fração imprópria, treze terços, exemplificamos com duas figuras dividas em dez partes iguais e sugere colorir treze partes. Contudo, o aluno D1, sugeriu fazer a divisão de treze por três e relata o processo aritmético. Diante dos exemplos, comentamos a definição de número misto (Número misto é uma forma de representar um número com uma parte inteira e um número fracionário) e a partir da fração sugerida pelo aluno B2 e na sequência escrevemos na lousa a fração, aponta para o denominador e a pergunta aos alunos: a figura tem quantas partes? Os alunos respondem três conforme a representação a seguir.



Neste momento escrevemos na lousa o processo aritmético da divisão de treze por três. Perguntamos aos alunos quantas vezes o número três cabe no número treze e os alunos responderam que a quantidade três cabe quatro vezes. Confirmamos com a pergunta: três vezes quatro?, e os alunos respondem "doze".

Perguntamos aos alunos se todos compreenderam até o momento e estes confirmam. Desta forma, seguimos com "Então quantas figuras inteiras eu tenho que ter?" e assim, novamente, os alunos respondem "quatro". Colorimos, então, quatro figuras inteiras. Quando indagamos os alunos se estávamos corretos, um aluno respondeu que "Não!". Verificamos a quantidade de quadradinhos ao apontar um a um para que nenhum aluno ficasse sem compreender o processo. Neste momento, chegamos à última figura e perguntamos "Faltam quantos quadradinhos aqui?", e os alunos responderam "um". Quando finalizamos este processo um dos alunos respondeu: “Ah! Professora, agora que eu fui entender! O resto é o que você vai colocar no quadradinho”. Diante do exposto, apresentamos na Figura 26 o processo que utilizamos durante a explicação para converter uma fração em um número misto. Percebemos que os alunos compreenderam o processo e sanamos as dificuldades anteriormente apresentadas.

Figura 24 – Resolução do exercício 4 do sétimo encontro – sujeito F2



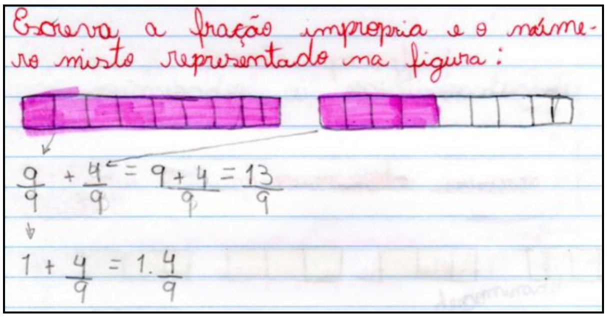
Fonte: Acervo da pesquisadora.

Neste sentido, na figura 24, detectamos a presença do controle das operações durante a assimilação das novas formas de ação verbal e mental.

Em outra tarefa, relacionamos o número misto com o gênero textual receita, com o objetivo de usar a ação de reconhecimento do conceito em situações da vida diária e verificamos que os alunos compreenderam e se apropriaram do conceito de número misto por meio da utilização das regras da leitura de números mistos. Porém, no registro escrito do número misto é utilizado o termo “e”, e não o termo “mais”, como mostra a Figura 24.

Devido ao processo da adição de frações com denominadores iguais, em que se explora a ideia de uma parte inteira mais uma parte fracionária, os alunos se apropriaram do processo, porém o registro ficou equivocado. Detectamos que dos vinte e dois alunos, quinze sujeitos registraram o termo “mais”; quatro registraram o termo “e”, dois não registraram. Reconhecemos que, aqui, a necessidade de se atentar a esses detalhes.

Figura 25 – Resolução do exercício 7 do sétimo encontro – sujeito A3



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na Figura 25 se constata a presença do controle das operações durante a assimilação das novas formas de ação e a ação mental no processo de conversão da fração imprópria na forma de desenho, para o registro na forma fracionária, a ação intelectual para o processo de adição de frações e o resultado final em número misto.

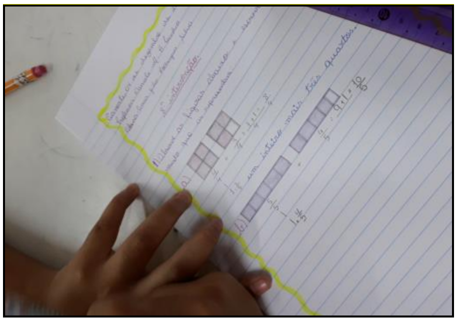
Na última atividade, com o desenho da figura geométrica (forma materializada), verificamos a escrita da fração imprópria e do número misto, assim como, o sujeito “A3” registrou corretamente o processo algébrico, identificou a fração imprópria e o número misto, outros nove sujeitos, também o fizeram. Detectamos que cinco copiaram o enunciado e não resolveram a atividade proposta; quatro registraram o número misto; um registrou a fração imprópria e um resolveu errado.

Concluímos que os objetivos desta intervenção foram alcançados, os recursos didáticos utilizados contribuíram para a apropriação do conceito, assim como os estudantes utilizaram os conhecimentos anteriormente ensinados para a apropriação de um novo conteúdo matemático.

4.4.10 Oitavo encontro: o número misto

No oitavo encontro, (APÊNDICE N), continuamos com o conceito de número misto, exploramos o processo de conversão de número fracionário para número misto e vice-versa. Planejamos para a primeira atividade situações com a representação da figura geométrica apresentada em fração aparente e fração própria. Abordamos a adição de frações e a conversão da fração aparente em número inteiro e, concomitante, a representação na forma de número misto. Em todos os itens dos exercícios, priorizamos a escrita da forma da leitura do número misto, conforme se apresenta na Figura 26

Figura 26 – Resolução do exercício número misto



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na segunda tarefa empregamos a condução ao conceito na conversão da fração imprópria em número misto e ensinamos a escrita do número misto a partir do processo aritmético da divisão, em que o numerador é o dividendo e o denominador é o divisor, conforme se verifica na Figura 27.

Figura 27 – Processo aritmético da divisão e número misto – sujeito A1

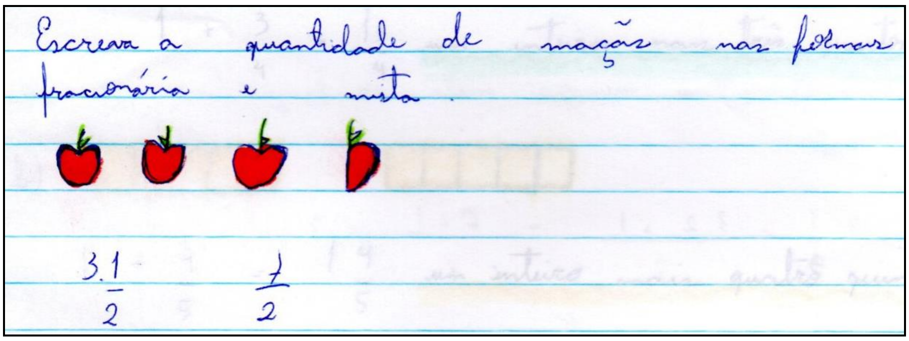
Fonte: Acervo da pesquisadora.

Optamos para a terceira tarefa a conversão do número misto em fração imprópria. Apresentamos o número misto escrito na forma $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0 e solicitamos a escrita com todo o processo, para então, chegar ao registro da fração imprópria. Nesse momento, priorizamos o processo da multiplicação do denominador pelo número inteiro, acrescido do numerador da fração e do uso da ação verbal externa para a ação mental.

Em um breve relato, solicitamos aos alunos, qual o processo seria possível escrever uma fração a partir de um número misto um aluno argumentou: “Para encontrarmos o número misto, dividimos o numerador pelo denominador. Dado o exposto, registramos na lousa a divisão usual e indicamos o quociente como a parte inteira, o resto como o numerador da nova fração e o divisor, o denominador da nova fração, permanece o mesmo. Verbalizamos todo o processo da divisão usual e, concomitantemente, relacionamos à forma convencional de escrever o número misto. Como por exemplo, selecionamos perguntas como: O denominador permanece o mesmo?, Certeza?, O denominador daqui é..., O numerador dividido pelo denominador. E agora? Qual é meu número inteiro?, Qual é meu denominador?, assim, percebemos que no final da segunda tarefa, os alunos se apropriaram do processo e na terceira tarefa, as realizaram sem mediação.

Finalizamos a intervenção com uma situação problema. Envolvemos uma fruta conhecida, a maçã, como forma de ação materializada e a partir do desenho e solicitamos o registro do número misto e do número fracionário, como ação mental, conforme a Figura 28.

Figura 28 – Exercício 4 do oitavo encontro – sujeito Y1



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Para que o aluno compreendesse o uso do número misto em uma situação diferente, optamos por uma possibilidade de condução ao conceito. A partir do desenho de maças, perguntamos: Quantas maçãs eu tenho?, os alunos responderam “Três e meia”. Na sequência, questionamos “É um número misto?”, e os alunos responderam “Não”. Após esta resposta, percebemos que alunos não haviam se apropriado da ideia de número misto. Desta forma, mudamos a forma de apresentar a situação problema e comentamos “Se olharmos em uma receita, pegarmos três maçãs e meia, como escrevo? Como que eu escrevo este número misto na receita?, e neste momento os alunos perceberam que poderiam ter três maças inteiras e a metade de outra. Contudo, verbalizamos “três maçãs, mais meia” e então perguntamos “Como que eu vou escrever isso em uma fração imprópria?”. Assim, constatamos que os alunos se apropriaram deste conceito e conseguiram a partir da verbalização registrar o processo mentalmente para a escrita da fração e do número misto.

Na sequência, após o trabalho com o conceito de número misto, apresentamos aos estudantes o conceito de fração equivalente. Escolhemos e demonstramos por meio de figuras geométricas como motivação e condução ao conceito. Desenhamos, na lousa, um retângulo, dividido em duas partes iguais e colorimos uma parte. Abaixo desse retângulo, desenhamos outro retângulo semelhante, dividido em quatro partes iguais e colorimos duas partes. Desenhamos um terceiro retângulo, semelhante aos outros dois, dividido em dez partes iguais e colorimos cinco partes. Convidamos os alunos a observar as três figuras, as partes coloridas e as partes não coloridas e solicitamos que copiassem o desenho na folha de papel almaço. Depois, registramos na lousa o conceito de fração equivalente. Para a efetivação dessa atividade, consideramos os princípios defendidos por D’Augustine (1994) que duas ou mais frações que materializam a mesma porção da unidade são denominadas frações equivalentes, pois, quando se multiplica ou se divide o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número, desde que seja diferente de zero, obtém-se uma fração equivalente à fração mencionada. Seguindo esses conceitos “é importante o aluno perceber que podemos obter uma fração equivalente a uma fração dada pela multiplicação ou pela divisão de seus dois termos por um mesmo número, diferente de zero” (GIOVANNI; GIOVANNI JR., 2005, p. 39).

Com a participação de vinte e um alunos, retomamos conhecimentos anteriormente ensinados e verificamos a apropriação desses. Neste sentido, para o primeiro exercício, com duas alternativas, verificamos o processo de converter a informação da figura em número misto e, a adição de frações com denominadores iguais. Entre as resoluções, constatamos que vinte sujeitos complementaram com a forma escrita na língua portuguesa na leitura do número misto e, oito acrescentaram o registro da fração imprópria, e desses oito, um sujeito escreveu a fração imprópria na forma incorreta.

Para o exercício dois, com três alternativas, verificamos o processo de reverter a fração imprópria em número misto, sem o apoio da figura geométrica. Constatamos entre os materiais que os alunos fizeram uso de conhecimentos relacionados ao processo da operação de divisão, identificaram o divisor, o dividendo, o quociente e o resto e resolveram com a nossa mediação. Desta forma, na resolução desse exercício, retomamos o conceito de divisão, relembramos os nomes dados aos termos do algoritmo usual da divisão e explicamos os procedimentos a serem seguidos. Analisamos os materiais e averiguamos que os sujeitos envolvidos copiaram a teoria e as tarefas propostas.

Detectamos nos dados obtidos no exercício três os alunos se apropriaram do conceito e resolveram os exercícios solicitados. Na resolução dos nove exercícios propostos, quatro alunos erraram o exercício “d)” que exigia o conhecimento da tabuada do sete; nove sujeitos erraram ou não resolveram o exercício “i)” e um aluno não copiou os últimos cinco exercícios propostos. Percebemos que os erros cometidos por quatorze alunos foram na adição e/ou multiplicação, ou seja, a não apropriação de conhecimentos prévios necessários para a efetiva resolução e aprendizado deste novo conceito.

Quanto ao exercício quatro “Escreva a quantidade de maçãs, nas formas fracionária e mista”, dezenove alunos registraram corretamente; um aluno acrescentou a escrita de como se lê o número misto e dois registraram só a forma do número misto. Reconhecemos após esta análise que este enunciado necessita ser melhorado, embora a resolução da tarefa proposta tenha demonstrado satisfatória apropriação do conceito de número misto.

Ao final do dia letivo, iniciamos a definição de fração equivalente e detectamos que todos os alunos copiaram a teoria da lousa e um não registrou a figura geométrica em que exploramos a noção deste conceito a partir de uma figura. Devido a esta situação, a última intervenção foi planejada para o ensino de fração equivalente a partir de comentários referentes a esta tarefa.

4.4.11 Nono encontro: fração equivalente

O nono encontro (APÊNDICE O) teve como objetivo definir fração equivalente. Dividimos este encontro em quatro partes. Inicialmente entregamos uma folha de papel almaço para cada aluno, escrevemos na lousa a identificação relacionada ao dia e retomamos o conceito de fração equivalente, iniciada no encontro anterior, como uma ação de motivação.

Relembramos o conteúdo iniciado e final da aula na última intervenção. Perguntamos se algum aluno recordava qual era o tema e obtivemos dos alunos a resposta “fração equivalente”. Por meio desta informação, confirmamos o tema (fração equivalente) e perguntamos “Alguém pode me dar uma ideia do que era?”, e um aluno respondeu: “Era uma fração que multiplica” e como indução ao conceito, perguntamos “A gente pode multiplicar a fração com qualquer número e podemos dividir também?”. Neste momento um aluno comenta “É mais fácil fazer do que explicar”, na sequência da indução ao conceito, retomamos a ideia da multiplicação por zero. A partir disto, o aluno B2 comenta o que compreendeu sobre fração equivalente: “É quando... tipo assim, uma fração é múltipla da outra, é como se fosse... elas se dão. É tipo assim, dois quartos vezes dois, essa é uma fração equivalente. Quatro oitavos, isso é uma fração equivalente”. A partir deste comentário, reforçamos que é possível multiplicar a fração por um número diferente de zero e neste caso este número multiplica o numerador e denominador. Depois o aluno D1 relata “Que no final se dividem aí elas ficam iguais”, dado ao fato da representação realizada anteriormente na lousa. Finalizamos o conceito de fração equivalente, consideramos que fração equivalente é uma fração que eu posso representar de diferentes formas, mas, que no final eles têm o mesmo inteiro.

Para D’Augustine (1994, p. 153) “as crianças devem ter muitas experiências que estabeleçam a equivalência entre os nomes fracionários, através de comparações entre os subconjuntos das partes fracionárias em que o inteiro foi dividido [...]”. Iniciamos a tarefa com um problema: Maria comeu dois quartos de uma barra de chocolate e João comeu um meio da mesma barra de chocolate. Quem comeu mais?[5]. Em princípio, os alunos fizeram a leitura silenciosa do problema proposto e depois leitura oral coletiva.

As informações foram complementadas com uma situação problema, no qual optamos pela ação materializada, com a ideia de uma barra de chocolate na forma de desenho na lousa, que colorimos a parte do João de uma cor e a parte de Maria com outra cor. Exploramos visualmente as partes do chocolate e as fracionárias. Apresentamos, no diálogo, a discussão para chegarem à resolução da tarefa proposta:

Pesquisadora: Então deixa eu dar um exemplo: Maria comeu dois quartos de uma barra de chocolate. João comeu metade da mesma barra de chocolate. Quem comeu mais?

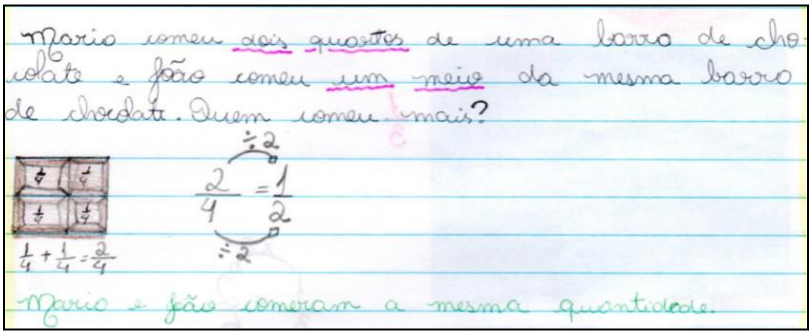
Aluno 1: João.

Aluno 2: Não.

Aluno 3: Eles comeram iguais, por causa que dois quartos, juntando os dois quartos dá uma metade. Se você dividir uma barra de chocolate em quatro partes, dois quartos dá uma metade. Se João comeu uma metade dá o mesmo que a Maria.

A figura 29 representa o registro da tarefa abaixo.

Figura 29 – Exercício do nono encontro – sujeito A4



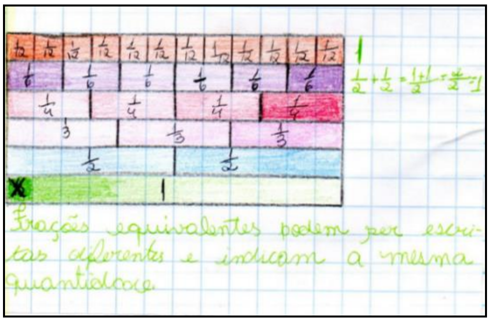
Fonte: Acervo da pesquisadora.

[5] Atividade adaptada: D'Augustine, 1994, p. 152.

Como, no encontro anterior, iniciamos o conceito de fração equivalente, escolhemos outra maneira para que os alunos se apropriassem do conceito. Desta forma, entregamos a cada aluno uma folha de papel quadriculado e construímos a partir da demonstração na lousa, uma tabela de equivalência. Inicialmente pedimos que os alunos contassem doze quadradinhos e contornassem o espaço dos quadradinhos e o colorisse da cor desejada. Depois pedimos que acima deste “retângulo”, contassem mais doze quadradinhos, separando-os em duas partes com seis quadradinhos e as colorissem com outra cor. Esse processo foi realizado com a divisão em quatro partes iguais, depois em seis partes iguais e finalizamos com doze partes, ou seja, doze quadradinhos. Segundo Giovanni e Giovanni Jr (2005, p. 35) “a tabela de equivalência auxilia o trabalho com as operações de números fracionários. Por meio dela, o aluno pode fazer comparações entre as frações”, ou seja, a apresentação de frações equivalentes deve levar o aluno a entender que a mesma quantidade pode ser representada de diferentes maneiras.

D’Augustine (1994, p. 154) considera que para o ensino de frações equivalentes “[...] um recurso muito útil para levar as crianças a descobrir frações equivalentes é repartir uma região retangular em várias partes fracionárias”. A Figura 30 mostra o uso desse recurso.

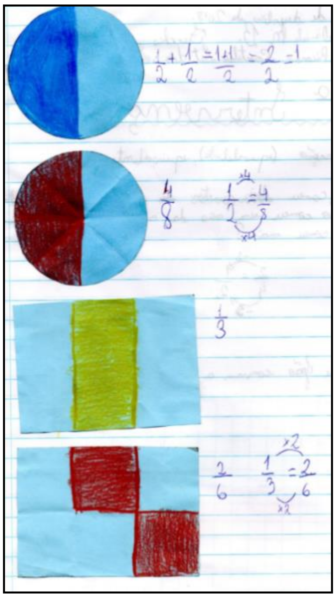
Figura 30 – Exercício 2 do nono encontro – sujeito A4



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Para ampliar a compreensão do conceito de fração equivalente, escolhemos a manipulação de figuras geométricas por meio de dobradura. Entregamos aos alunos dois círculos de papel coloridos com aproximadamente 0,05 cm de diâmetro e dois retângulos de papel coloridos de 0,07 cm de comprimento por 0,05 cm de largura. Depois, solicitamos aos alunos que dobrassem o primeiro círculo em duas partes iguais e colorissem uma parte. Então, pedimos que dobrassem o segundo círculo, em quatro partes iguais e colorissem as quatro partes. Depois de dobrados e coloridos, sugerimos que os colassem um abaixo do outro na folha de papel almaço. Na frente do primeiro círculo, registramos o conceito de fração equivalente e acrescentamos a ideia de adição de fração. Nesse sentido, escrevemos na frente do primeiro círculo $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ e, na frente do segundo círculo, escreveu $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1+1+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$. Escolhemos esse registro com o intuito de acrescentar paulatinamente a ideia de adição de frações. Na sequência, manipulamos as figuras recortadas no formato de retângulos. Solicitamos aos alunos que os dobrassem um dos retângulos em três partes iguais e o outro, em seis partes iguais. Sem a intervenção, sugerimos que os alunos colagem as figuras na folha de papel almaço e registrassem o processo aritmético da adição de frações, como o registro realizado com os círculos, conforme apresentamos na Figura 31.

Figura 31 – Tarefa 3 do nono encontro – sujeito B2



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Finalizamos o nono encontro, com a adaptação de um exemplo proposto no livro didático público utilizado pelos alunos[6] sujeitos da pesquisa. Escolhemos essa atividade, porque por meio dela, optamos em retomar conceitos já ensinados no decorrer dos encontros de intervenção pedagógica. Recorremos ao gênero textual receita para relembrar o conceito de fração, o uso de frações na vida diária, conceito de fração própria, fração imprópria, fração aparente, fração equivalente e número misto. Nesse contexto, unimos duas carteiras, uma toalha foi estendida, organizamos sob a mesa quatro bolos inteiros de cenoura.

Enquanto cortamos o primeiro bolo ao meio, perguntamos aos alunos: “Em quantas partes o bolo foi dividido?”, “Qual é o tipo de fração que representa a fatia do bolo?”, “Esta fração é uma fração própria, uma fração imprópria ou uma fração aparente?”. Na sequência, para o segundo bolo, o cortamos em quatro partes iguais e indagamos com as seguintes perguntas: “Em quantas partes o bolo foi dividido?”, “Qual é o tipo de fração que representa a fatia do bolo?”, “Esta fração é uma fração própria, uma fração imprópria ou uma fração aparente?”. Optamos, então, em dividir o terceiro bolo em seis partes iguais e o quarto bolo em oito partes iguais. Para esses últimos bolos, realizamos as mesmas perguntas.

Quando demonstramos a divisão do bolo em seis partes iguais, indagamos os alunos com a pergunta “Qual é a fração que representa esse pedacinho aqui?”, e obtivemos a resposta “Um sexto”, na sequência, comentamos se aumentássemos mais uma parte, qual fração representaria, os alunos responderam “Dois sextos”. Diante desta situação, argumentamos se os dois sextos, seria equivalente a esse um meio e então, os alunos discordaram. Propomos em seguida, outra comparação “Esses dois sextos são equivalentes a esse um quarto?” e novamente os alunos argumentaram que não eram equivalentes. Contudo, continuamos com comparações como “Os dois sextos são equivalentes a dois quartos?”. Nesta situação, um dos alunos comentou “Não, esse daí é maior” e a partir deste comentário, aproveitamos o momento com a pergunta “Maior?”, e comparamos com a divisão do bolo em oito partes iguais. Nesta situação, um aluno comentou “Esse aí ficou muito pequeno”. Diante deste fato, comparamos por meio das perguntas “Ficou menor? Qual ficou menor?”, no qual apresentamos as duas fatias de bolo e os alunos apontaram ao que representou o bolo dividido em oito partes iguais. “Que

[6] Atividade adaptada Reame e Montenegro (2014, p. 129).

fração representa o pedacinho desse bolo?”, os alunos responderam “Um oitavo”. A partir desta divisão em oito partes iguais, comparamos a divisão em duas partes iguais, como forma de verificarem qual a maior parte. Após, esta comparação, continuamos com a ideia de quanto mais dividirmos um inteiro em partes iguais, menor será o tamanho e maior será o número denominador. Verificamos que durante a demonstração de divisão dos bolos, os alunos compreenderam a relação entre as frações que representavam cada fatia do bolo. Retomamos na comparação das divisões dos bolos o conceito de fração própria, imprópria, aparente e número misto. Como por exemplo, na demonstração “se eu pegar esse inteiro aqui e mais esse daqui que está separado?”, obtivemos como resposta “Um inteiro e mais um quarto”. Finalizamos esta tarefa com a distribuição de fatias do bolo aos alunos.

Figura 32 – Bolos de cenoura

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Constatamos na análise dos materiais recolhidos, a participação de vinte e três alunos.

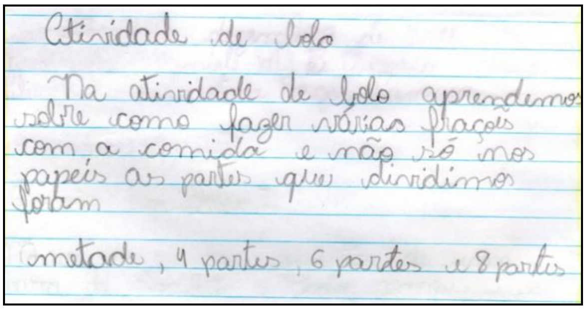
Na primeira atividade verificamos que todos os sujeitos da pesquisa registraram a figura da barra de chocolate, escreveram a adição de fração e compararam $\frac{2}{4}$ com $\frac{1}{2}$, na demonstração da atividade relacionada à barra de chocolate.

Na construção da régua de equivalência e a partir da dobradura das figuras geométricas, averiguamos que as tarefas propostas foram realizadas com êxito, observamos a participação dos sujeitos, tanto na produção quanto na interação.

Na terceira parte, escolhemos a manipulação de figuras geométricas e a comparação dessas, a partir das dobraduras, que as dividiam em diferentes quantidades de partes iguais, os sujeitos compreenderam a ideia de frações equivalentes.

Na última parte, adaptamos um exercício do livro didático público e priorizamos os conceitos anteriormente ensinados. Dentre as atividades realizadas, com a divisão em partes iguais de quatro bolos de cenoura, verificamos oralmente a apropriação de conceitos. Sobre esse momento, escolhemos entre os sujeitos os seguintes comentários registrados por escrito:

Figura 33 – Relato 1 atividade do bolo – sujeito B1



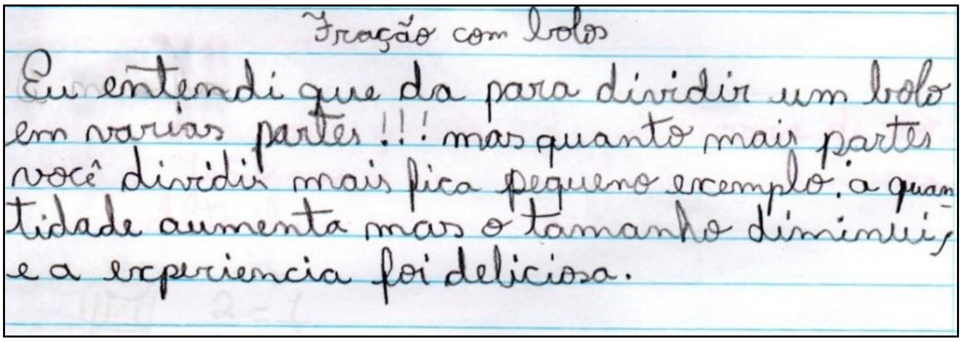
Atividade de bolo

Na atividade de bolo aprendemos sobre como fazer varias frações com a comida e não só nos papeis as partes que dividimos foram

metade, 4 partes, 6 partes e 8 partes

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Figura 34 – Relato 2 atividade do bolo – sujeito A2

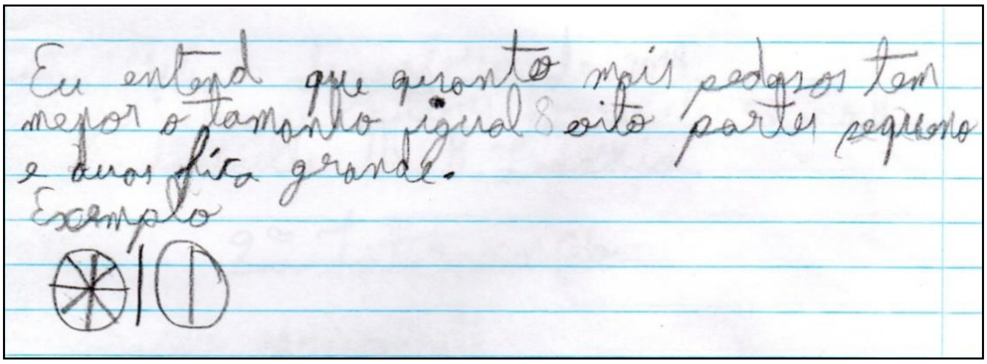


Fração com bolos

Eu entendi que da para dividir um bolo em varias partes!!! mas quanto mais partes você dividir mais fica pequeno excemplo: a quantidade aumenta mas o tamanho diminui, e a experiencia foi deliciosa.

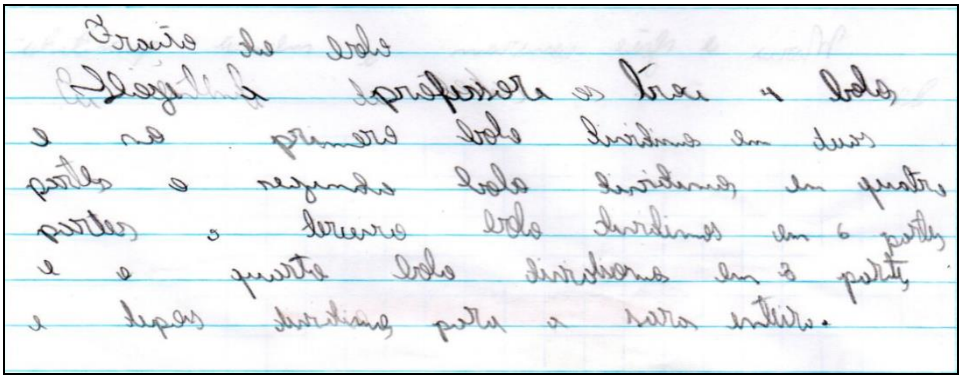
Fonte: Acervo da pesquisadora.

Figura 35 – Relato 3 atividade do bolo – sujeito B2



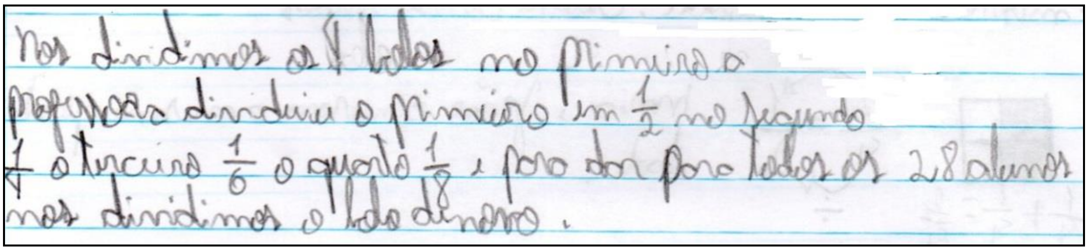
Fonte: Acervo da pesquisadora.

Figura 36 – Relato 4 atividade do bolo – sujeito D2



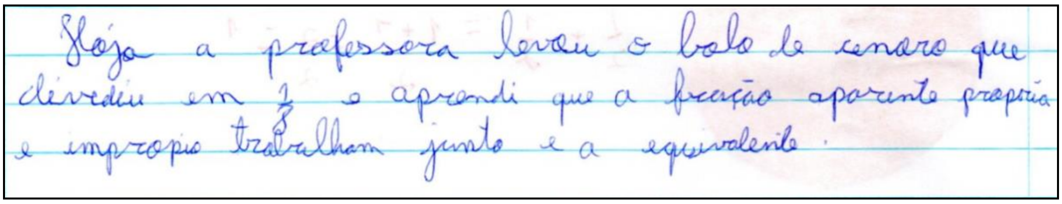
Fonte: Acervo da pesquisadora.

Figura 37 – Relato 5 atividade do bolo – sujeito D3



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Figura 38 – Relato 6 atividade do bolo – sujeito J2



Hoje a professora levou o bolo de cenaro que divediu em 1/8 e aprendi que a fração aparente propria e impropia trabalham junto e a equivalente.

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Ao se observar os registros e as Figuras 33, 34, 35, 36, 37 e 38, concluímos que a ação de indução ao conceito, a ação materializada e a ação verbal propostas por Talizina (2000, 2001) contribuíram para a apropriação dos conceitos relacionados à classificação de fração, a partir da forma de ação verbal externa e intelectual.

4.4.12 Avaliação diagnóstica final

Após a atividade diagnóstica inicial e nove intervenções pedagógicas, realizamos uma avaliação diagnóstica (APÊNDICE P), com o objetivo verificar se o conteúdo de fração foi apropriado pelos sujeitos da pesquisa, a partir das intervenções pedagógicas pautadas em pressupostos da Teoria Histórico-Cultural.

A avaliação foi realizada em folha de papel sulfite com exercícios impressos, sem acesso aos materiais utilizados na intervenção.

Priorizamos conceitos referentes ao conteúdo de fração e os relacionados a ele. Neste sentido, planejamos dezesseis tarefas conforme as situações vivenciadas pelos alunos durante os nove encontros trabalhados, cujos conceitos foram ensinados paulatinamente, conforme a idade e ano escolar, adequado ao nível de compreensão do aluno e verificamos a apropriação dos conceitos e definições de: fração; identificação dos termos de uma fração; classificação dos tipos de fração; número misto; conversão de fração imprópria em número misto e vice-versa e fração equivalente. Apresentamos, no Quadro 6, o conteúdo e seu respectivo objetivo.

Quadro 6 – Conteúdo e objetivos de cada tarefa da avaliação diagnóstica final

Conteúdo	Objetivo
Fração	Conceituar fração
Representação e termos de uma fração	Escrever uma fração na forma $\frac{a}{b}$ e indicar os termos numerador e denominador
Figura geométrica	Reconhecer na figura geométrica a quantidade informada em uma fração
Fração x divisão	Compreender que a fração é uma divisão
Medida de capacidade volume e fração	Comparar medida de capacidade volume (litro e mililitro) e fração
Medida de capacidade volume e fração	Comparar medida de capacidade tempo (horas e minutos) e fração
Fração	Fração na alimentação
Fração própria	Conceituar fração própria
Fração aparente	Conceituar fração aparente
Fração imprópria	Conceituar fração imprópria
Fração imprópria e número misto	Escreva a fração imprópria e o número misto representado na figura.
Número misto	Conceito
Fração imprópria e número misto	Transformar fração imprópria em número misto
Número misto e fração imprópria	Transformar número misto em fração imprópria
Fração equivalente	Conceituar e/ou representar fração equivalente
Fração equivalente	Comparar fração equivalente em situação da vida diária

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Entregamos para cada aluno o material impresso, lemos cada tarefa e aguardamos o tempo necessário, até que todos os estudantes a concluíssem. Recolhemos as atividades e finalizamos o último encontro com a entrega de uma sacola com doces, como forma de agradecimento pela participação de cada estudante, sujeito da pesquisa, e que denominamos “Frações de gostosuras”.

Figura 39 – Sacola Fração das gostosuras

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na descrição da “Fração das gostosuras” relacionamos os doces contidos, escritos na forma de fração e lemos cada item contido na sacola, conforme descrevemos no Quadro 7.

Quadro 7 – Descrição das gostosuras

Sacola Fração das gostosuras
Contém: $\frac{2}{58}$ bala de banana $\frac{2}{58}$ caramelo de leite $\frac{4}{116}$ dadinho $\frac{1}{29}$ chup chup Gold Milk – sobremesa láctea sabor doce de leite $\frac{4}{116}$ bala azedinha uva $\frac{1}{29}$ pirulito rabinho $\frac{2}{58}$ paçoca rolha $\frac{3}{87}$ bala sam’s festa $\frac{35}{35}$ mini goma de mascar sabor tutti frutti $\frac{3}{87}$ especialidades toffee $\frac{1}{29}$ goma de mascar poll balls

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Participaram, desse encontro vinte e um alunos, e na análise dos dados, obtivemos o seguinte resultado:

Na primeira tarefa, constatamos que vinte alunos compreenderam o conceito de fração, dentre os quais, treze registraram por escrito a fração como uma divisão; um usou a forma de $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0 e complementou com desenho de uma figura; quatro registraram na forma de escrita na língua materna, com desenho e na forma de $\frac{a}{b}$ com b ≠ 0, dois alunos registraram por escrito e na forma de fração e um aluno não conseguiu expressar seus argumentos por meio da escrita.

Na segunda tarefa, dos vinte e um alunos, vinte escreveram a fração na forma solicitada e indicaram corretamente os termos da fração e um aluno escreveu corretamente a fração, porém inverteu os termos (numerador e denominador).

Na terceira tarefa, verificamos que todos os sujeitos reconheceram, entre as figuras geométricas, a figura correspondente à fração solicitada.

Na quarta tarefa, similar à avaliação diagnóstica inicial, verificamos que todos interpretaram uma situação problema com a ideia de divisão, embora entre as resoluções, detectamos dez respostas adequadas, seis resoluções parciais e cinco respostas inadequadas. Portanto, nas resoluções consideradas corretas, dois alunos fizeram uso do desenho mais a escrita da fração; cinco alunos escreveram a fração correspondente e três alunos fizeram uso do processo algébrico da divisão e com a fração; as seis resoluções parciais, reconheceram a compreensão da ideia de divisão, porém erraram na representação escrita da fração, com a inversão dos valores do numerador e denominador; um aluno escreveu a fração com valores errados, mas o resultado correto; três alunos usaram o desenho como forma de interpretação e registraram a fração com valores incorretos e, um aluno escreveu a fração com o valor correto.

Na quinta tarefa, detectamos que dez sujeitos relacionaram o sistema de medida de capacidade ao conceito de fração. Nas duas situações propostas, quatro sujeitos as responderam corretamente; seis responderam corretamente a quantidade de copos, porém erraram no registro da forma de fração; dois alunos responderam somente a primeira questão e sete sujeitos erraram a resposta.

Na sexta tarefa, constatamos que entre as vinte e uma resoluções, quinze alunos relacionaram a fração ao sistema de medida de tempo.

Na sétima tarefa, semelhante a uma proposta na avaliação diagnóstica inicial, verificamos a relação do todo e a escrita da fração, notamos que dois alunos coloriram o todo; quatro pintaram corretamente, porém registraram a fração com valores errados e quatorze alunos a fizeram com a solução esperada.

Na oitava tarefa, por escrito ou por desenho, verificamos dezoito respostas corretas, dentre as quais: dois alunos registraram na língua portuguesa; dois escreveram a fração; doze registraram em língua materna e na forma de fração; um utilizou o desenho e a fração e um aluno registrou o desenho, a fração e o conceito em língua materna. Porém, três alunos confundiram com o conceito de fração própria.

Na nona tarefa, por escrito ou por desenho, observamos que quatorze alunos se apropriaram do conceito de fração aparente.

Na décima tarefa, detectamos que dezessete alunos se apropriaram do conceito de fração imprópria e, dentre as respostas, quatro alunos registraram a escrita na língua materna; dois alunos escreveram a fração; onze alunos registraram a escrita na língua materna e na forma de fração; um aluno registrou o desenho, a fração e o conceito em língua materna e três alunos inverteram o conceito de fração própria com o conceito de fração imprópria.

Na décima primeira tarefa, averiguamos que dos vinte e um alunos, doze realizaram satisfatoriamente a resolução aritmética, converteram a figura em fração e, posteriormente, em número misto; quatro alunos compreenderam parcialmente o processo da conversão e cinco alunos não se apropriaram do conceito trabalhado.

Na décima segunda tarefa quatorze alunos relacionaram o conceito de número misto e seu uso cotidiano, cinco alunos resolveram parte da tarefa, um aluno escreveu “não sei” e um aluno deixou sem reposta.

Na décima terceira, na conversão de fração imprópria em número misto, não utilizamos o desenho como forma de auxiliar na resolução. Averiguamos que dezessete alunos converteram a fração imprópria em número misto, utilizaram o processo aritmético da divisão, na sequência em uma fração e, depois, em um número misto; um aluno fez uso do desenho, da escrita em língua portuguesa e na forma de fração; dois alunos tentaram resolver, mas não obtiveram um resultado satisfatório dentro do esperado e um aluno não resolveu o exercício proposto.

Na décima quarta tarefa, solicitamos a conversão do número misto em fração imprópria, detectamos que vinte alunos converteram o número misto em número fracionário, mas, entre essas resoluções, constatamos que dez realizaram corretamente o cálculo; quatro alunos realizaram o processo aritmético, mas não escreveram o resultado; seis compreenderam o processo de conversão, porém se perderam em alguma parte do cálculo. Um aluno não resolveu o exercício proposto.

Na décima quinta tarefa, averiguamos o conceito de fração equivalente. Entre os registros, constatamos que entre os vinte e um alunos quatorze, se apropriaram do conceito. Assim, concluímos que o enunciado proposto não foi adequado ao entendimento dos alunos, visto que na última tarefa da avaliação diagnóstica, relacionada à comparação de frações a partir de fatias de pizza, dezessete sujeitos se apropriaram do conceito de fração equivalente e o aplicaram em uma situação da vida diária.

Apresentamos, no Quadro 8, o comparativo com os resultados de cada tarefa proposta na avaliação diagnóstica final, entre o número de acertos e número de erros cometidos pelos sujeitos pesquisados. Consideramos, aqui, como apropriação parcial, as respostas em que os alunos realizaram a tarefa proposta, mas com dificuldades de se expressarem por escrito ou cometeram erros por não se apropriarem dos conceitos ensinados. No Quadro a seguir, comparamos a apropriação dos conceitos trabalhados durante as nove intervenções.

Quadro 8 – Análise do desempenho dos sujeitos na avaliação diagnóstica final

Exercício	Conceito	apropriado	apropriado parcialmente	não apropriado
1	Conceito de fração	20	0	1
2	Escrita de uma fração na forma $\frac{a}{b}$ e indicação dos termos numerador e denominador	20	0	1
3	Reconhecimento na figura geométrica a quantidade informada em uma fração	21	0	0
4	Compreensão de que a fração é uma divisão	10	6	5
5	Comparação entre medida de capacidade volume (litro e mililitro) e fração	4	9	8
6	Comparar medida de capacidade tempo (horas e minutos) e fração	14	1	6
7	Uso da fração na alimentação	14	6	1
8	Conceito de fração própria	18	0	3
9	Conceito de fração aparente	14	0	7
10	Conceito de fração imprópria	17	0	4
11	Escrita da fração imprópria e do número misto representado por uma figura.	12	4	5
12	Conceito de número misto	14	5	2
13	Transformar fração imprópria em número misto	17	0	4
14	Transformar número misto em fração imprópria	9	7	5
15	Conceituar e/ou representar fração equivalente	16	0	5
16	Comparar fração equivalente em situação da vida diária	17	0	4

Fonte: Acervo da pesquisadora.

4.5 ANÁLISE DO PROCESSO E RESULTADOS ALCANÇADOS NA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Entre as unidades temáticas delimitadas para essa pesquisa, analisamos a apropriação do conceito de fração atrelado aos recursos didáticos utilizados para aferir a confirmação ou não da dificuldade apontada pela professora regente e aos resultados obtidos na avaliação diagnóstica inicial referente aos conhecimentos ensinados anteriormente, na comparação dos dados obtidos da atividade diagnóstica inicial, com o ensino do conceito de fração destinado ao 5º ano do Ensino Fundamental pautada nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e com os dados obtidos na avaliação diagnóstica final. Na segunda unidade temática analisamos os materiais didáticos utilizados nas intervenções pedagógicas e finalizamos com os conhecimentos anteriormente trabalhados iniciados nos anos destinados à alfabetização matemática. Neste sentido, elegemos para esse momento a comparação entre os dados obtidos na avaliação diagnóstica inicial com os dados obtidos na avaliação diagnóstica final.

Para a primeira unidade temática, em que detectamos o conteúdo matemático que os alunos apresentaram dificuldades de apropriação, neste caso, ao conceito de fração e coincidentemente com dificuldades relacionadas aos conteúdos inerentes ao processo de divisão.

Na unidade temática “Recursos didáticos utilizados para aferir a confirmação ou não da dificuldade apontada”, privilegiamos no planejamento e na execução diferentes recursos e ações, para que a apropriação do conceito de fração se efetivasse. Percebemos, na participação dos alunos, durante os problemas apresentados, o quanto recursos didáticos diferentes tornam prazeroso o processo de ensino e aprendizagem.

Quanto à unidade temática “Conhecimentos apropriados”, relacionados à aprendizagem de matemática, observamos a necessidade da apropriação dos conceitos anteriormente ensinados, como a comparação entre maior/menor, noção de posição entre cima/embaixo, noção de quantidade igual/diferente e números. Desta forma, constatamos que a aprendizagem de conceitos científicos não se dá de forma pronta e acabada, pois é um processo complexo e contínuo, inicialmente ensinado por meio de situações cotidianas, assim como, reconhecemos que o ensino dos conceitos e processos aritméticos relacionados às operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão são fundamentais para a apropriação do conceito de fração e os conhecimentos oriundos desses.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da constante preocupação e reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática na educação básica, principalmente dos alunos da escola pública e pautadas na vivência como professora da disciplina de Matemática da rede estadual de ensino dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, a esta pesquisa nos propusemos, como objetivo geral, investigar qual o conceito matemático de maior dificuldade para alunos do 5° ano do Ensino Fundamental e como uma intervenção pedagógica pautada em pressupostos da Teoria Histórico-Cultural poderia contribuir para a aquisição desse conceito pelos alunos. Contudo, ao obtermos o conteúdo de fração a partir da entrevista semi-estruturada realizada com a professora e a confirmação da não apropriação após a análise de dados da avaliação inicial, percebemos a necessidade de verificar a fundamentação teórica para o ensino deste conteúdo por meio de intervenção pedagógica.

Estruturado em quatro seções, construímos o texto na tentativa de análise da relevância da matemática ao longo da história do homem, na perspectiva da História da Matemática e dos conteúdos básicos inerentes ao ensino de fração. Assim, na pesquisa realizada na escola pública, além de obtermos as autorizações necessárias, entrevistamos a professora regente e constatamos que o conteúdo com maior dificuldade por ela indicado foi fração. Neste sentido, realizamos a avaliação diagnóstica com os alunos dessa turma e confirmamos as dificuldades relacionadas à apropriação do conceito fração.

Nos procedimentos adotados com base em pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, elaboramos intervenção pedagógica pautadas na Teoria do Desenvolvimento Potencial de Vigotski, na Teoria da Base Orientadora da Ação elaborada por Galperin e na Teoria da Formação de Conceitos elaborada por Talizina como requisitos para a formação e ensino do conceito de fração e que estes pressupostos contribuíssem para a apropriação do conteúdo.

Desenvolvida com 25 alunos, no período de outubro a dezembro de 2018, num total de 22 horas, constatamos que se houvessem mais encontros a apropriação dos conceitos relacionados ao conteúdo de fração poderia ser efetivo.

Na primeira seção discutimos a relevância da matemática no desenvolvimento de diferentes sociedades e verificamos que desde as mais primitivas, a matemática está presente na vida do ser humano, atrelada ao entendimento coerente e relacionada com situações cotidianas. Esta Ciência organizada ao longo dos anos em teorias, atualmente é utilizada e aplicada para realização das mais diversas atividades, em diversos campos de atuação. Assim, como outras ciências, a matemática está em constante desenvolvimento, constitui uma ferramenta de relevância social e espera-se que a partir destes conhecimentos, o ser humano consiga resolver situações simples com a aplicação do conhecimento matemático no meio social em que está inserido.

Dessa forma, desde as sociedades mais primitivas a matemática passou a facilitar a vida do homem, com o seu uso prático e eficiente em diferentes situações. O uso da matemática ultrapassa o simples uso em atividades cotidianas. Consideramos a matemática uma Ciência valiosa para o entendimento e desenvolvimento da sociedade e relevante para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos da educação básica e de outros níveis e modalidades de ensino.

Na segunda seção pesquisamos a história da matemática e da fração, traçamos um panorama histórico sobre o ensino da matemática no Brasil, delimitamos entre os conteúdos previstos para o ensino da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o ensino da fração e, em especial, o ensino deste conceito no 5º ano, em diferentes eixos definidos para a disciplina, como números e operações, medidas e geometria.

Observamos que no decorrer da história da matemática e do desenvolvimento do homem, o processo de ensino e aprendizado da matemática estiveram inter-relacionados. Contudo, alguns estudos apontaram que na história da educação brasileira a matemática ainda é considerada por alguns professores e alunos, uma das disciplinas escolares com baixo desempenho e dificuldades no processo de ensino. Podemos citar como exemplo os resultados da avaliação externa realizada nos últimos anos, como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) que revelam um desempenho abaixo do esperado para esta área do conhecimento e geram preocupação com o processo de ensino e de aprendizagem da matemática no país.

Constatamos que desde os primeiros movimentos relacionados ao ensino no país, estava inerente ao fato das camadas populares compreenderem os cálculos básicos para a sobrevivência social. No decorrer da história do ensino no Brasil e, em especial, ao ensino da matemática, mesmo diante das mudanças históricas pautadas nos interesses ideológicos e partidários constatamos que o ensino desta disciplina necessita de políticas públicas eficazes que garantam a formação adequada para os profissionais da educação no âmbito do ensino da matemática e que reflita na efetiva aprendizagem de conceitos e consequentemente para o desenvolvimento científico. Averiguamos, também, nas alterações dos documentos legais sofridas ao longo dos anos, que a organização do curricular desta disciplina e, portanto, o ensino da fração não foi enfatizado em documentos oficiais.

Confirmamos por meio das documentações legais que a preocupação na organização do ensino da matemática iniciou no ensino superior, depois passou para o ensino secundário e em ambos, pouca ênfase para os conteúdos ou em metodologias adequadas para o processo de ensino e aprendizagem. Contudo, a formação de conceitos no desenvolvimento da pessoa e no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental nos anos iniciais passou a apresentar preocupação e organização nas últimas décadas com programas do governo federal na formação de professores da educação básica.

Na seção três, com apoio na THC com as teorias relacionadas ao processo de ensino e aprendizado da matemática desde a mais tenra idade e consequentemente em crianças em idade escolar, optamos por entender o desenvolvimento dos conceitos na mente da criança. Neste sentido, constatamos o desenvolvimento a memória lógica, a abstração, a capacidade de comparação e a diferenciação. O que por sua vez, o desenvolvimento do pensamento lógico é um dos mais importantes do sucesso escolar, assim como, as generalizações e abstrações.

Verificamos ainda que as funções psíquicas superiores são formadas na resolução das atividades e o ensino é promotor do desenvolvimento dos estudantes. Constatamos que a mediação por meio de signos e instrumentos é um processo essencial para tornar possíveis às atividades psicológicas controladas pelo sujeito. Diante da compreensão dos conceitos como instrumentos psicológicos que ampliam as possibilidades das funções psíquicas superiores implica em reconhecer que a apropriação dos conteúdos escolares não se resume à repetição de procedimentos. Não basta que o professor tenha o domínio do conteúdo específico de sua formação, é preciso que ele pense nesse conteúdo na perspectiva de um conhecimento produzido ao longo da história na realização da atividade humana.

Assim, a linguagem é instrumento mediador e favorece o desenvolvimento da pessoa. Nesta perspectiva, a formação dos conceitos é resultado de uma atividade complexa, em que a comunicação verbal faz parte do processo de ensino e da aprendizagem e não é menos importante do que outros símbolos e signos. Adequada ao nível de desenvolvimento alcançado pelo aluno e essencial para uma efetiva aprendizagem. Contudo, consideramos que segundo os pressupostos da THC quanto a zona de desenvolvimento real, zona de desenvolvimento proximal e potencial torna-se essencial para organizar e sistematizar o ensino.

Dada a importância aos resultados acima citado, optamos por abordar aspectos relativos à aprendizagem, vinculando-a a forma de organização do ensino e a formação de conceitos matemáticos pautada nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural. Para tanto, entre as teorias, concordamos com a Teoria da Base Orientadora da Ação (GALPERIN, 2009), pois contribuiu para compreender que a maior parte dos conhecimentos se forma no processo de aprendizado, de forma contínua e complexa, e a apropriação dos conteúdos matemáticas ensinadas se dão por meio de ações mentais adequadas, que acontecem em etapas: ação materializada, ação na linguagem falada em voz alta e ação no nível mental. Assim, na continuidade dos estudos de Galperin, Talizina (2000; 2001) contribuíram com a Teoria da Formação dos Conceitos matemáticos e dentre suas colocações, considera a tarefa do professor como de extremo valor para a organização da assimilação e mediação por meio de signos e símbolos para a apropriação dos conceitos. Contudo, ressaltou a formação das ações cognitivas como essenciais para a apropriação dos conceitos, além das ações adequadas para a efetiva aprendizagem.

Ao propor uma intervenção pedagógica pautada nesses pressupostos, constatamos que esta teoria nos deu subsídios teóricos e metodológicos para (re) pensar a organização do ensino, a necessidade de compreender processo de ensino e aprendizagem na teoria planejada das ações mentais e dos conceitos e na teoria de formação de conceitos matemáticos necessárias para que o aluno seja ativo na apropriação dos conceitos científicos no complexo processo de formação de conceitos matemáticos.

Com a metodologia de campo do tipo intervenção pedagógica, com procedimento bibliográfico e natureza mista (qualitativa e quantitativa), verificarmos a efetividade do trabalho realizado. Comparamos a situação inicial e final dos alunos e as relacionamos com as unidades temáticas delimitadas para esta pesquisa. Optamos por analisar o conteúdo matemático que os alunos apresentaram mais dificuldades, os recursos didáticos utilizados para aferir a confirmação ou não da dificuldade apontada e conhecimentos prévios relacionados à aprendizagem de fração.

Os resultados alcançados nas atividades pós-intervenção e comparação com a verificação inicial confirmam que os participantes do grupo de pesquisa se apropriaram do conceito fração, resolvendo as situações-problema e aplicando os conhecimentos acerca do tema em diferentes situações.

Atrelado a um processo intencional, que necessita de planejamento e de intervenção pedagógica premeditada e consciente para o a aprendizagem do sujeito, e diante dos documentos que regulamentam os conteúdos da educação básica, previsto para o Ensino Fundamental dos Anos Iniciais delimitamos uma intervenção pedagógica associada com os eixos números, medidas e geometria, como apresentados nos apêndices.

As primeiras ideias de fração foram apresentadas aos estudantes quando lhes foram ensinados a noção de divisão a partir de materiais do cotidiano e com o registro de desenhos em situações simples. Contudo, reconhecemos que a aprendizagem do conceito de divisão e consecutivamente o da fração não acontecem de forma pronta e acabada com o processo aritmético. Neste sentido, valorizamos no decorrer das intervenções pedagógicas o registro escrito, a oralidade, a manipulação de materiais acessíveis vinculados às situações do cotidiano do estudante, para que tais atividades atendessem alunos com dificuldades de aprendizagem ou necessidades educacionais especiais.

As unidades de ensino das intervenções pedagógicas foram elaboradas e planejadas para que outros professores possam aplicá-las, com baixo poder aquisitivo e materiais manipuláveis acessíveis no cotidiano, sem gastos excessivos para a aquisição de diferentes materiais.

Acreditamos que essa pesquisa contribuiu para ampliar discussões existentes sobre o processo de ensino e aprendizagem relacionado ao conteúdo de fração. Neste sentido, outras pesquisas poderão ser realizadas para preencher lacunas existentes neste estudo, assim como em outros conceitos matemáticos elencados nos diferentes anos escolares, níveis e modalidades de ensino. Como também, contribuir com a educação especial, a fim de que alunos com ou sem necessidades educacionais tenham as mesmas oportunidades de aprendizado e efetiva apropriação de conceitos matemáticos.

Quanto á unidade temática conhecimentos prévios relacionados à aprendizagem de matemática, observamos que se faz necessário a apropriação dos conceitos anteriormente ensinados, visto que, os conhecimentos prévios de maior/menor, em cima/embaixo, igual/diferente, números, processos da adição, subtração, multiplicação e divisão são fundamentais para a apropriação do conceito de fração e os conhecimentos oriundos deste.

Confirmamos a importância da apropriação de conceitos relacionados aos conteúdos anteriores ao ensino de fração, evidenciado em uma prática pedagógica organizada e sistematizada que relacione diferentes situações da vida do estudante com a teoria.

Essa pesquisa nos permitiu aprofundar e tornar mais claros conceitos presentes na abordagem Histórico-Cultural e na Teoria da Base Orientadora da Ação de Galperin e na Teoria da Formação de Conceitos Matemáticos elaborada por Talizina, como mediação, instrumentos físicos e simbólicos, e principalmente a relação entre ensino, aprendizagem e formação de conceitos.

Constatamos que para um resultado mais efetivo seria fundamental um número maior de intervenções aplicadas, no qual acreditamos que com a ampliação de encontros a apropriação de conceitos seria mais efetiva.

Além disso, dos vinte e nove alunos matriculados e com frequência na turma de pesquisa, quatro responsáveis não permitiram que a pesquisa fosse realizada e que os dados de aprendizagem fossem analisados, dentre os quais um dos sujeitos, estava em avaliação de contexto para a confirmação ou não do Transtorno do Espectro Autista.

Esta pesquisa apresentou resultados positivos quanto às unidades temáticas escolhidas. Na unidade temática dedicada a recursos didáticos utilizados para aferir a confirmação ou não da dificuldade apontada, privilegiamos no planejamento e na execução diferentes recursos e ações, para que a apropriação do conceito de fração se efetivasse. Percebemos na participação dos alunos durante os problemas apresentados o quanto recursos didáticos diferentes tornam prazerosa o processo de ensino e aprendizagem e consequentemente resultou em uma aprendizagem mais significativa ou contribuiu para melhores resultados de aprendizagem.

Com a realização desta pesquisa, confirmamos a importância do trabalho pedagógico desenvolvido nas escolas a partir de uma fundamentação teórica orientadora para o ensino de matemática diante de um trabalho sistematizado, específico e intencional do ensino dos conteúdos. Reiteramos que no ensino a formação de conceitos exige por parte do professor conhecimento do conteúdo, bem como pressupostos teóricos que tornem a aprendizagem efetiva. Para desenvolver sua função, é essencial que a instituição escolar busque fundamentar sua prática pedagógica para promover o ensino e a apropriação dos conhecimentos elaborados e acumulados pela sociedade.

Percebemos a necessidade de darmos continuidade aos estudos abordados nesta pesquisa, seja no âmbito do processo de ensino do conteúdo de fração e não menos importante a fundamentação teórica pautada na Teoria Histórico-Cultural relacionada à Teoria Planejada das Ações Mentais de Galperin e na Teoria da Formação de Conceitos Matemáticos defendidos por Talizina.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. M. M.; SILVEIRA, D. N. Uma leitura sobre as origens do movimento da matemática moderna (MMM) no Brasil. **Tópicos Educacionais**, Recife-PE, n. 2, jul./dez. 2016. Centro de Educação/ Universidade Federal de Pernambuco, UFPE. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/topicoseducacionais/article/viewFile/22667/18731>. Acesso em: 16 abr. 2020.

ANTONIO, R. M. **Teoria histórico-cultural e pedagogia histórico-crítica:** o desafio do método dialético na didática. 2008. 41 f. Programa de Desenvolvimento Educacional da Universidade Estadual de Maringá, Maringá- PR, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2290-6.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2020.

AQUINO, J. P. G. **Frações:** uma abordagem pedagógica. 2007. 63 f. Dissertação (Mestrado em Matemática)– Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Mossoró – RN, 2013. Disponível em: <https://ppgmat.ufersa.edu.br/wp-content/uploads/sites/58/2016/02/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Jo%C3%A3o-Paulo.pdf >. Acesso em: 16 abr. 2020.

BARBOSA, J. K. Tratamento da informação e prova Brasil de matemática: ensino e avaliação. **BoEM,** Joinville, v. 2, n. 3, p. 51-71, ago./dez. 2014.

BIGODE, A. J. L.; GIMENEZ, J. **Matemática do cotidiano e suas conexões:** 4ª série (Coleção Matemática do cotidiano e suas conexões). São Paulo: FTD, 2005.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da matemática**. São Paulo: Editora da Universidade Estadual de São Paulo, 1974.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da matemática**. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Avaliação nacional da alfabetização**. Brasília: MEC, 2013. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb/2013/livreto_ANA_online.pdf>. Acesso em: 10 set. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Brasil no PISA 2015**: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros / OCDE-Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. São Paulo: Fundação Santillana, 2016. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **PISA:** Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. Relatório Brasil no PISA 2018. Brasília – DF: INEP/MEC, 2019. Disponível em <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf >. Acesso em: 7 jan. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica**. Pacto nacional pela alfabetização na idade certa:** organização do trabalho pedagógico. Alfabetização Matemática. Brasília, 2014a.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa:** saberes matemáticos e outros campos do saber. Alfabetização Matemática. Brasília, 2014b.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação. **Ensino fundamental de nove anos:** orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. Brasília, DF, 2007. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Ensfund/ensifund9anobasefinal.pdf >. Acesso em: 16 abr. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria Executiva. Secretaria de Educação Básica. Conselho Nacional de Educação. **Base nacional comum curricular.** Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2020.

BRASIL. Ministério de Educação. **Prova Brasil:** apresentação. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/prova-brasil>. Acesso em: 16 abr. 2020

BRASIL. **Parecer nº 853 de 12 de novembro de 1971**. Núcleo comum para os currículos do ensino do 1º e 2º graus. Disponível em < <http://www.scielo.br/pdf/reben/v25n1-2/0034-7167-reben-25-02-0176.pdf>. Acesso em: 07 jan. 2020.

BRASIL. Presidência da República. **Lei n° 4.024, de 20 de dezembro de 1961.** Fixa Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 20 de dezembro de 1961. Disponível em: <www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L4024.htm>. Acesso em: 16 abr. 2020.

BRASIL. Presidência da República. **Lei n° 5.692, de 11 de agosto de 1971.** Fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1° e 2° Graus, e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 11 de agosto de 1971. Disponível em: <www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L5692.htm>. Acesso em: 16 abr. 2020.

BRASIL. Presidência da República. **Lei n° 9. 396, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 20 de dezembro de 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm>. Acesso em: 16 abr. 2020.

BRASIL. Presidência da República. **Lei nº 7.044, de 18 de outubro de 1982.** Altera dispositivos da Lei nº 5.692, de 11 de agosto de 1971, referentes a profissionalização do ensino de 2º grau. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 18 de outubro de 1982. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1980-1987/lei-7044-18-outubro-1982-357120-publicacaooriginal-1-pl.html>. Acesso em: 16 abr. 2020.

BRASIL. Senado Federal. Coordenação de Edições Técnicas. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <http://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/529732/lei_de_diretrizes_e_bases_1ed.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2020.

CAJORI, F. **Uma história da matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A idéia de unidade na construção do conceito de número racional. **REVEMAT – Revista eletrônica de Educação Matemática**, V2.4, p. 68-93, UFSC, 2007.

CLARAS, A. F.; PINTO, N. B. **O movimento da matemática moderna e as iniciativas de formação docente.** 2008. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2008/863_662.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2020.

D’AMBRÓSIO, U. **Educação matemática**: **da teoria à prática.** 23. ed. Campinas – SP: Papirus, 2017.

D’AUGUSTINE, C. H. **Métodos modernos para o ensino da matemática**. 2. ed. São Paulo: Ao Livro Técnico, 1994.

DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação,** Pelotas, RS, n. 45, p. 57-67, maio/agosto 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822>. Acesso em: 16 abr. 2020.

DRECHEMER, P. A. O.; ANDRADE, S. V.R. O estudo de frações e seus cinco significados. **XIII CIAEM –IACME**, Recife, 2001. Disponível em: <xiiciaem-redumate.org/index.php/xiii-ciaem/paper/viewFile/1660/728>. Acesso em: 22 jun. 2020.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Campinas, São Paulo. Editora da Unicamp, 2004.

FERNANDES, G. P.; MENEZES, J. E. Movimento da educação matemática no Brasil: cinco décadas de existência. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO, 2., 2002, Natal. **Anais...** Natal: Editora da UFRN, 2002. V. Único.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR., J. R. **A conquista da matemática:** a + novinha 4ª série (Coleção a conquista da matemática: a + novinha). São Paulo: FTD, 2005.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR., J. R. **Aprendizagem e educação matemática**. São Paulo: FTD, 1990.

IFRAH, G. **Os números**: história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 1992.

LENOIR, Y. A intervenção educativa, um construto teórico para analisar as práticas de ensino. **Educativa,** Goiânia, v. 14, n. 1, p. 9-38, jan./jun., 2001.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo.** São Paulo: Centauro, 2004.

LOPES, R. L. V.; MARCO, F. F. de. **Pesquisa em educação matemática e psicologia histórico-cultural:** alguns apontamentos. Fórum de Discussão: parâmetros balizadores da pesquisa em educação matemática no Brasil, 3. Educ. Mat. Pesq. São Paulo, v. 17, n. 3, pp. 456-471, 2015.

MIGUEL, A. et al. A educação matemática: breve histórico, ações implementares e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, v. 27, n. set.-dez. p. 70-93, 2004.

MONDINI, F. A matemática presente nas escolas jesuítas brasileiras (1549-1759). **Acta Scientiae**, v. 15. n. 3, p. 524-534, 2013. Disponível em: <http://www. periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/538>. Acesso em: 16 abr. 2020.

NUNES, T.; et al. Children's understanding of fractions. **Contrapontos.** Itajaí,v. 8, n. 3, p. 509 – 517, set./dez. 2008. Disponível em <https://www.researchgate.net/publication/290483484_Children%27s_understanding_of_fractions >. Acesso em: 17 jul. 2020.

NUÑEZ, I. B.; GONÇALVES, P. G. F. A teoria de P. Ya. Galperin nas pesquisas em Educação Matemática. **Educação Matemática em Debate,** Montes Claros, v.1, n. 3, set./dez. 2017, p. 277-295.

PARANÁ. Secretaria do Estado da Educação. Departamento de Educação Básica. **Diretrizes curriculares da educação básica matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

REAME, E; MONTENEGRO, P. **Linguagens da matemática 4º ano**. São Paulo: Saraiva, 2014.

ROQUE, T. **História da matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, B. B. M. O currículo das escolas brasileiras na década de 1970: novas perspectivas historiográficas. **Revista Ensaio:** Avaliação em Políticas Públicas e Educação, Rio de Janeiro, v. 22, n. 82, p. 149-170, jan./mar. 2014. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ensaio/v22n82/a08v22n82.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2020.

SAVIANI, D. **História das ideias pedagógicas no Brasil**. Campinas: Autores Associados, 2019.

SCHASTAI, M. B.; FARIAS, E. R. S. de; SILVA, S. de C. R. da. **Formação de professores e o ensino de frações nos anos iniciais.** Curitiba: Appris, 2017.

SCHMIDT, G. M.; PRETTO, V.; LEIVAS, J. C. P. História da matemática como recurso didático pedagógico para conceitos geométricos. **Revista Caderno Pedagógico,** Lajeado, v. 13, n. 1, p. 41-57, 2016. Disponível em: <http://www.univates.br/revistas/index.php/cadped/article/view/986>. Acesso em: 16 abr. 2020.

SILVA, C. P. **Avanços da matemática no Brasil**: visão panorâmica. Ponta Grossa: Ed. UEPG, 2017.

SILVA, C. P. **Matemática no Brasil:** história do seu desenvolvimento. São Paulo: Edgard Blücher, 2003.

SODRÉ, U. **Matemática essencial:** frações racionais matemática. 2010. Universidade Estadual de Londrina. Disponível em: http://www.mat.uel.br/matessencial/. Acesso em: 19 jul. 2019.

TALIZINA, N. E. **La formación de las habilidades del pensamiento matemático**. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosi, 2001.

TALIZINA, N. F. **Manual de psicología pedagógica.** México: Universidad Autónoma de San Luís Potosí, 2000.

TOSATTO, C. C. et al. **Matemática 4.** São Paulo: Positivo, 2008. (Coleção idéias e relações).

VALENTE, W. R. **História da educação Matemática no Brasil**: problemáticas de pesquisa, fontes, referências teórico-metodológicas e histórias elaboradas. São Paulo: Livraria da Física, 2014.

VASCONCELOS, C. B.; BELFORT, E. Diferentes significados de um mesmo conceito: o caso das frações. **LIMC, Pró-letramento Matemática de Minas Gerais.** Disponível em: <professoresdematematica.com.br/wa_files/ Fracoes_20e_20significados.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2020.

VIGINHESKI, L. V. M. et al. Contribuições da Teoria de Galperin na Formação do conceito de número por estudantes com dupla deficiência. In: CIEM CONGRESSO INTERNACIONAL, 7, 2017, Canoas, **Anais...** Canoas: ULBRA, 2017, p. 1-11.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VIGOTSKI, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

VYGOTSKI, L. S. **Fundamentos de defectologia**. Madrid: Visor, 1998. (Obras escogidas, Tomo V.).

ZOTTI, S. A. **Organização do ensino primário no Brasil:** uma leitura da história do currículo oficial. Disponível em: <http://www.histedbr.fe.unicamp.br/acer_histedbr/seminario/seminario7/TRABALHOS/S/Solange%20aparecida%20zotti.pdf>. Acesso em: 7 jan. 2020.

APÊNDICES

APÊNDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Gostaríamos de convidá-la a participar da pesquisa intitulada **Alfabetização matemática e as dificuldades de conceituação**, que faz parte do curso PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO – Mestrado, LINHA DE PESQUISA: ENSINO, APRENDIZAGEM E FORMAÇÃO DE PROFESSORES, CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS, LETRAS E ARTES e é orientada pela Professora Drª Nerli Nonato Ribeiro Mori da Universidade Estadual de Maringá. **O objetivo da pesquisa é investigar uma possibilidade de intervenção para prática pedagógica no ensino de matemática para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.** Para isso a sua participação é muito importante, e ela se daria da seguinte forma uma entrevista com a professora regente para verificar quais as dificuldades mais frequentes na apropriação de conteúdos matemáticos em estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Depois, uma observação da turma para conhecimento prévio e criação de vínculo. Preparação e estudo do material relacionado ao conteúdo anteriormente citado pela professora. Para finalizar, aplicação de intervenção pedagógica para formação do conceito matemático. Informamos que poderão ocorrer os desconfortos/riscos da regência de outro professor (pesquisadora) dentro da sala de aula. Assim, será esclarecido antecipadamente o motivo aos alunos para contornar eventuais problemas. Cabe destacar que a menção de que: “Não há riscos ou desconfortos envolvidos na pesquisa” **não** é aceitável eticamente. Ver Res. 466/12-CNS, item V). Gostaríamos de esclarecer que sua participação é totalmente voluntária, podendo você: recusar-se a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento, sem que isso acarrete quaisquer ônus ou prejuízo à sua pessoa. Informamos ainda que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a sua identidade. Os benefícios esperados são o ensino/aprendizagem do conceito matemático aos alunos do 5º ano de conceitos que apresentam maior dificuldade de apropriação e análise das informações obtidas, para servir como partida para outras pesquisas e sugestões a serem transmitidas a outros professores sobre a intervenção pedagógica realizada. Caso você tenha mais dúvidas ou necessite maiores esclarecimentos, pode nos contatar nos endereços abaixo ou procurar o Comitê de Ética em Pesquisa da UEM, cujo endereço consta neste documento. Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas, devidamente preenchida e assinada entregue a você.

Além da assinatura nos campos específicos pelo pesquisador e por você, solicitamos que sejam rubricadas todas as folhas deste documento. Isso deve ser feito por ambos (pelo pesquisador e por você, como sujeito ou responsável pelo sujeito de pesquisa) de tal forma a garantir o acesso ao documento completo.

Eu,……………………………………………..(nome por extenso do sujeito de pesquisa) declaro que fui devidamente esclarecido e concordo em participar VOLUNTARIAMENTE da pesquisa coordenada pelo pela Professora Drª Nerli Nonato Ribeiro Mori. (nome do pesquisador responsável).
____ Data:……………………..
Assinatura ou impressão datiloscópica

Eu, Daniele Maria Bordini Fecchio, pesquisadora, declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.
____ Data:.............................
Assinatura do pesquisador

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com o pesquisador, conforme o endereço abaixo:
Nome: Daniele Maria Bordini Fecchio
dmbordini@gmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (COPEP), envolvendo Seres Humanos da UEM, no endereço abaixo:
COPEP/UEM
Universidade Estadual de Maringá.
Av. Colombo, 5790. UEM-PPG-sala 4.
CEP 87020-900. Maringá-Pr. Tel: (44) 3011-4444
E-mail: copep@uem.br

APÊNDICE B

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA MENORES

Gostaríamos de solicitar sua autorização para a participação de seu filho (a) na pesquisa intitulada **Alfabetização matemática e as dificuldades de conceituação**, que faz parte do curso PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO – Mestrado, LINHA DE PESQUISA: ENSINO, APRENDIZAGEM E FORMAÇÃO DE PROFESSORES, CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS, LETRAS E ARTES e é orientada pela Professora Dra. Nerli Nonato Ribeiro Mori da Universidade Estadual de Maringá. **O objetivo da pesquisa é investigar uma possibilidade de intervenção para prática pedagógica no ensino de matemática para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.** Informamos que poderão ocorrer os desconfortos/riscos da regência de outro professor (pesquisadora) dentro da sala de aula. Assim, será esclarecido antecipadamente o motivo aos alunos para contornar eventuais problemas. Cabe destacar que a menção de que: "Não há riscos ou desconfortos envolvidos na pesquisa" **não** é aceitável eticamente. Ver Res. 466/12-CNS, item V) Gostaríamos de esclarecer que a participação de seu filho(a) é totalmente voluntária, podendo você: recusar-se a autorizar tal participação, ou mesmo desistir a qualquer momento sem que isto acarrete ônus ou prejuízo à sua pessoa ou à de seu filho(a). Informamos ainda que as informações serão utilizadas somente para os fins da pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade, sua e a de seu(sua) filho(a). Os benefícios esperados são o ensino/a aprendizagem do conceito matemático aos alunos do 5º ano de conceitos que apresentam maior dificuldade de apropriação e análise das informações obtidas, para servir como partida para outras pesquisas e sugestões a serem transmitidas a outros professores sobre a intervenção pedagógica realizada. Nessa perspectiva, esta pesquisa será realizada da seguinte forma: uma entrevista com a professora regente para verificar quais as dificuldades mais frequentes na apropriação de conteúdos matemáticos em estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Depois, uma observação da turma para conhecimento prévio e criação de vínculo. Preparação e estudo do material relacionado ao conteúdo anteriormente citado pela professora. Para finalizar, aplicação de intervenção pedagógica para formação do conceito matemático.
Caso você tenha mais dúvidas ou necessite maiores esclarecimentos, pode nos contatar nos endereços a seguir:

Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas, devidamente preenchida e assinada entregue a você.
Além da assinatura nos campos específicos pelo pesquisador e por você, solicitamos que sejam rubricadas todas as folhas deste documento. Isso deve ser feito por ambos (pelo pesquisador e por você, como sujeito ou responsável pelo sujeito de pesquisa) de tal forma a garantir o acesso ao documento completo.

Eu,……………………………………………….. (nome por extenso do responsável pelo menor) declaro que fui devidamente esclarecido e concordo em participar VOLUNTARIAMENTE da pesquisa coordenada pelo Professora Drª Nerli Nonato Ribeiro Mori. (nome do pesquisador responsável).

______________________________________ Data:……………………..

Assinatura ou impressão datiloscópica

Campo para assentimento do sujeito menor de pesquisa (para crianças escolares e adolescentes com capacidade de leitura e compreensão):

Eu,……………………………………………..(nome por extenso do sujeito de pesquisa /menor de idade) declaro que recebi todas as explicações sobre esta pesquisa e concordo em participar da mesma, desde que meu pai/mãe (responsável) concorde com esta participação.

______________________________________ Data:……………………..

Assinatura ou impressão datiloscópica

Eu, Daniele Maria Bordini Fecchio, pesquisadora, declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.

____ Data:............................

Assinatura do pesquisador

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com o pesquisador, conforme o endereço abaixo:

Nome: Daniele Maria Bordini Fecchio
dmbordini@gmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (COPEP) envolvendo Seres Humanos da UEM, no endereço abaixo:

COPEP/UEM
Universidade Estadual de Maringá.
Av. Colombo, 5790. UEM-PPG-sala 4.
CEP 87020-900. Maringá-Pr. Tel: (44) 3011-4444
E-mail: copep@uem.br

APÊNDICE C

PLANO DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Data	Exercícios	Objetivo	Recurso(s)	Encaminhamento(s)
13/11/2018	1. Breve história da origem das frações	Informar a necessidade da criação de um sistema de medidas. Informar a origem da fração. Contextualizar o uso da fração.	Papel almaço Diferentes tamanhos de corda	Através de um breve relato, informar como e o que levou a civilização egípcia a criar um novo sistema de medidas que representava a parte de um todo.
	2. Divisão e suas formas de representação	Retomar conceitos de divisão em situações-problema. Compreender os diferentes símbolos utilizados para representar uma divisão (:, ÷, —, ⌊).	Folha de papel almaço.	Apresentação de situações-problema, envolvendo conceito o de divisão. Estabelecer relação entre dos diferentes símbolos utilizados para representar uma divisão.
	3. Ideia de fração com dobradura.	Proporcionar aos alunos a manipulação de material concreto (figuras geométricas) e perceber as partes de um todo Explorar o material concreto e conceituar na oralidade fração e suas diferentes formas de representação.	Folha de papel almaço. Papel colorido recortado em formas geométricas (três círculos de 5m de diâmetro, 3 três quadrados de 7cm por 7cm e dois retângulos de 7cm por 5cm e um retângulo de 7cm por 2,5cm)	Distribuir de material para os alunos. Denominar formas geométricas. Explorar a divisão de um inteiro em partes iguais. Estabelecer relação entre a divisão de um inteiro em partes iguais e a fração. Conceituar fração e suas diferentes formas de representação (escrita em números, escrita em língua materna e desenho.
	4. Divisão de inteiro em partes iguais	Explorar a divisão de um inteiro em partes iguais através do desenho. Estabelecer relação entre a divisão de um inteiro em partes iguais e a escrita da fração. Explorar os diferentes tipos de representar uma fração desenho. Explorar a ideia da divisão de um inteiro em partes de um todo: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$)	Folha de papel almaço.	Explorar a divisão de um inteiro em partes iguais. Estabelecer relação entre a divisão de um inteiro em partes iguais e a fração. Conceituar fração e suas diferentes formas de representação (escrita em números, escrita em língua materna e desenho.
20/11/2018	1. Conceito de fração	Conceituar fração e os seus termos (numerador e denominador).	Folha de papel almaço.	Distribuir o material para os alunos (folha de papel almaço); Registrar por escrito no quadro o conceito de fração e sua representação na forma $\frac{a}{b}$, com b $\neq$

				0. Registrar por escrito o conceito dos termos da fração: numerador e denominador. Estimular a leitura coletiva dos conceitos apresentados.
	2. Representação algébrica e geométrica de frações	Explorar o conceito de fração representado pela forma ($\frac{a}{b}$, com b $\neq$ 0); Explorar o conceito de fração através de figuras geométricas; Explorar os termos da fração na forma $\frac{a}{b}$, sendo *b* denominador e *a* o numerador;	Folha de papel almaço.	Dar continuidade no registro escrito na denominação dos termos da fração e suas representações.
	3. Leitura de frações	Compreender as regras para leitura de frações com valores diferentes para o denominador (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 100, 10 000, 100 000, 1 000 000 e demais valores com o acréscimo da palavra avos);	Folha de papel almaço.	
22/11/2018	1. Conceito e termos de uma fração	Verificar a apropriação do conceito de frações; Verificar a apropriação da leitura de frações na forma $\frac{a}{b}$, com b $\neq 0$.	Folha de papel almaço.	Entregar o material aos alunos; Relembrar na oralidade o conceito de fração; Relembrar na oralidade os termos da fração; Solicitar aos alunos que escrevam com seus argumentos o conceito de fração e os termos da fração.
	2. Leitura das frações.	Explorar o registro e a leitura de frações. Escrever as frações na forma $\frac{a}{b}$ e em Língua Portuguesa.	Folha de papel almaço.	Cada aluno dirige-se ao quadro e escreve uma fração na forma $\frac{a}{b}$, com b $\neq$ 0. Solicitar aos alunos que leiam a fração em voz alta. Registrar por escrito na folha de papel almaço.
26/11/2018	1. O conceito de fração e seus termos	Explorar o conceito de fração e seus termos.		
	2. As diferentes leituras das frações	Explorar as diferentes representações das frações. Explorar a leitura de frações.	Folha de papel almaço.	Retomar o conceito fração; Retomar o conceito dos termos de uma fração: numerador e denominador; Explorar situações-problema com o uso das frações.
	3. As frações na unidade de medida - litro	Retomar conceito de fração em situações do contexto social em que as frações são utilizadas (unidade de medida: litro e unidade de tempo: horas e minutos). Registrar por escrito o uso das frações em relógio analógico e unidade de medida – litro.	Folha de papel almaço. Uma jarra transparente de 1 litro com medidor; uma jarra transparente de 1 litro; quatro copos descartáveis	Demonstração do uso de fração através da manipulação de diferentes instrumentos de capacidade; Uma jarra de 2 litros com água é possível encher quantos copos de 500ml; Uma jarra de 2 litros com água é possível encher quantos copos de 250ml; Uma jarra de 2 litros com água é

			de 500ml; Oito copos descartáveis de 250ml; Vinte copos descartáveis de 50 ml; Um copo medidor; Água; Relógio analógico.	possível encher quantos copos de 50ml; E se juntarmos 2 copos de 500ml com água, quantos litros teremos; E se juntarmos 4 copos de 500ml com água, quantos litros teremos; Quantos copos de 100ml com água precisamos para termos 1 litro; Com situações-problema envolvendo o conceito de fração, a leitura de fração e comparações com unidade de tempo hora e minuto e, unidades de medida – litro.
27/11/2018	1. Conceito de fração própria, fração imprópria e fração aparente.	Escrever as frações na forma $\frac{a}{b}$ e classifica-las quanto ao seu conceito e suas características.	Folha de papel almaço.	Explorar conceitos como maior e menor. Explorar conceitos de múltiplos; Explorar o termo numerador e denominador. Conceituar a classificação de fração própria, fração imprópria e fração aparente.
	2. Escrita de fração própria, fração imprópria e fração aparente.	Explorar conceitos de maior, menor e múltiplo. Definir os conceitos para fração própria, fração imprópria e fração aparente. Estabelecer as relações entre maior e menor com numerador e denominador.	Folha de papel almaço. Folhas de papel sulfite colorido, cortados em quatro partes iguais. Cartaz com subdivisões para fração própria, fração imprópria e fração aparente. Cola. Fita adesiva.	Dobrar o sulfite colorido em quatro partes iguais, cortá-lo em frente aos alunos e relembrar o conceito de fração. Entregar $\frac{1}{4}$ do papel sulfite colorido para cada aluno. Colar na lousa um quadro, subdividido em fração própria, fração imprópria e fração aparente. Cada aluno escreve uma fração na parte do sulfite que recebeu. Cada aluno mostra a fração que registrou no papel sulfite e depois cola no quadro fixado na lousa.
	3. Bingo das frações	Explorar o conceito de fração própria, fração imprópria e fração aparente. Explorar o conceito de numerador e denominador. Explorar a leitura de fração.	Jogo de bingo (criado para esta finalidade). Canetas coloridas (prêmios)	Entregar para cada aluno uma cartela. Explicar as regras do jogo. Combinar com os alunos os critérios para preencher a tabela.
	4. Representação gráfica e na forma $\frac{a}{b}$ de fração própria, fração imprópria e fração aparente.	Explorar o conceito e o registro na forma gráfica e forma $\frac{a}{b}$ de fração própria, fração imprópria e fração aparente.	Folha de papel almaço.	Registrar na lousa o exercício solicitando que o aluno represente a fração correspondente a figura.

29/11/2018	1. Registro do conceito de fração própria, fração imprópria e fração aparente	Explorar os conceitos de fração própria, fração imprópria e fração aparente. Explorar o conceito de adição de fração. Explorar o conceito de fração imprópria aparente. Conceituar fração mista.	Folha de papel almaço.	Entregar o material aos alunos (papel almaço). Registrar o conceito de fração própria, fração imprópria e fração aparente, concomitante explorar o conceito de adição de fração e comparar ao conceito de fração imprópria aparente e conceituar fração mista.
03/12/2018	1. Conceito de fração própria, fração imprópria e fração aparente	Explorar os conceitos de fração própria, fração imprópria e fração aparente. Conceituar fração mista.	Folha de papel almaço.	Entregar o material aos alunos (papel almaço). Registrar o conceito de fração própria, fração imprópria e fração aparente, concomitante explorar o conceito de adição de fração e comparar ao conceito de fração imprópria aparente e conceituar fração mista.
	2. Conceito de número misto	Explorar o conceito de fração imprópria e fração aparente; Explorar o processo de adição de frações com mesmo denominador; Identificar número misto.	Folha de papel almaço.	Registrar na lousa a fração imprópria e fração aparente; Explorar o processo de adição de frações com mesmo denominador; Comparar ao conceito de fração imprópria aparente e conceituar fração mista.
04/12/2018	1. Conceito de fração equivalente.	Conceituar fração equivalente na forma verbal e escrita.	Folha de papel almaço.	Entregar o material aos alunos (papel almaço). Registrar o conceito de fração equivalente.
	2. Contextualizar fração equivalente.	Explorar o conceito de fração equivalente por comparações em situações-problema.	Folha de papel quadriculado.	Registrar na lousa uma situação problema envolvendo fração equivalente.
07/12/2018	1. Conceito de fração equivalente.	Conceituar fração equivalente.	Folha de papel almaço. Três círculos com diâmetro de 5 cm de diâmetro;	Entregar o material aos alunos (papel almaço). Registrar o conceito de fração equivalente.
	2. Contextualizar fração equivalente com figuras geométricas.	Explorar o conceito de fração equivalente por comparações em situações-problema.	Folha de papel quadriculado.	Registrar na lousa uma situação problema envolvendo fração equivalente.
	3. Fração equivalente e a divisão de bolos	Explorar o conceito de fração equivalente na divisão de bolos.	Quatro bolos de cenoura inteiros. Faca para cortar o bolo. Guardanapos de papel. Papel almaço.	Mostrar os quatro bolos inteiros aos alunos; - Dividir em partes iguais os bolos (1 bolo em duas partes iguais, 1 bolo em quatro partes iguais, 1 bolo em seis partes iguais, 1 bolo em oito partes iguais); - Registrar as frações e compará-las; - Solicitar que os alunos registrem através de um produção de texto a atividade com os bolos de cenoura.
	4. Relato da atividade		Folha de papel almaço.	Solicitar aos alunos que registrem por escrito a atividade observada.

APÊNDICE D

ROTEIRO DE ENTREVISTA COM A PROFESSORA TITULAR

1. DADOS PESSOAIS

Nome: ____

Idade: ___________________________ Data de nascimento: ___/ ___/___________

Endereço residencial: ____

Gênero: (   ) masculino   (   ) feminino

Profissão: ____

Vínculo empregatício: ____

Grau de instrução:

(   ) Ensino Fundamental incompleto   (   ) Ensino Fundamental Completo

(   ) Ensino Médio incompleto   (   ) Ensino Médio Completo

(   ) Ensino Superior incompleto   (   ) Ensino Superior Completo

(   ) Especialização latu senso   (   ) Especialização stricto sensu

2. FORMAÇÃO PARA O TRABALHO

a) Qual é a sua formação pedagógica?

b) Professor(a), há quanto tempo você leciona na rede municipal de ensino?

c) Professor(a), há quanto tempo você leciona no 5º ano do Ensino Fundamental?

d) Professor(a) você recebe formação continuada, voltada para trabalhar com conceitos matemáticos?

e) Com sua experiência profissional, quanto à apropriação dos conceitos matemáticos, você poderia sugerir alguma melhoria para as formações pedagógicas?

3. CONTEÚDOS ESPECÍFICOS DA MATEMÁTICA

a) Você conseguiria informar quais são suas dificuldades para transmitir algum conteúdo de matemática, priorizados no 5º ano do Ensino Fundamental?

b) Você consegue relatar qual é o conteúdo em que os alunos apresentam maior dificuldade na apropriação dos conceitos matemáticos?

c) Quais as melhorias que você considera necessária para que o ensino aconteça de forma ideal, para a apropriação de conceitos matemáticos?

4. Material Didático Público

a) Qual é o material didático público utilizado para a transmissão dos conteúdos?

b) Você considera adequado o material didático público disponível para a aprendizagem da matemática?

c) Existe algum material didático que você considera necessário e que contribui para que a apropriação do conteúdo?

5. Outras Informações

a) Diante de sua experiência profissional, você gostaria acrescentar alguma sugestão ou algo que possa contribuir?

____

Assinatura da professora regente

Cianorte, ____ de ________________________ de 2018.

APÊNDICE E

SONDAGEM DIAGNÓSTICA INICIAL

1. Circule o número que indica a maior quantidade:

10 5

2. Observe a sequência numérica e complete corretamente com os números que faltam:

30 - 34 - 38 - ____ - ____ - ____ - ____

3. Carlos foi desafiado por um amigo a contar de 66 a 50 de 2 em 2. Você consegue?

66 – 64 - ___ - ___ - ___ - ___ - ___ - ___ - ___

4. Escreva sob a forma de multiplicação as seguintes adições:

a) 6 + 6 + 6 = _______

b) 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = _______

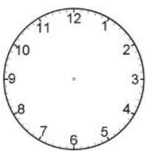
c) 100 + 100 = ________

5. Calcule:

a) 12 + 39 = ____ b) 47 – 18 = ____ c) 5 x 33 = ____ d) 150: 10 = ____

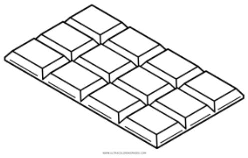
6. Mariana tinha horário no dentista às 10:30h. Mariana chegou às 9h. Mariana estava adiantada ou atrasada?

7. Marque no relógio, o horário de início da aula do período que você estuda.

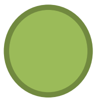
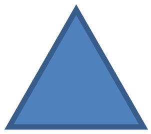


8. Maria comprou 30 rosas e distribuiu essas rosas em quantidades iguais em 6 vasos. Quantas rosas ficaram em cada vaso?

9. Gabriele comprou uma barra de chocolate e comeu $\frac{1}{4}$. Pinte a parte de chocolate que Gabriele comeu.

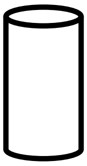
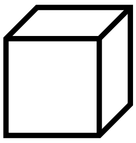
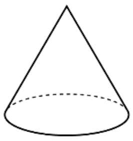


10. Escreva o nome das seguintes figuras geométricas:

____________________ ____________________ ____________________

11. Escreva o nome dos sólidos geométricos:

____________________ ____________________ ____________________

12. Gustavo foi a uma pizzaria e comeu metade de uma pizza de calabresa. Desenhe uma pizza de calabresa e pinte a parte que representa a quantidade de pizza que Gustavo comeu.

13. Cláudio tem R$ 2,50, ganhou de seu avô R$ 7, 50. Deu metade do seu dinheiro para sua mãe comprar pães. Quanto sobrou para Cláudio?

14. Pinte a quantidade correta dos ingredientes da receita:

BOLO DE CENOURA

INGREDIENTES

MASSA:

1/2 xícara (chá) de óleo 

3 cenouras médias raladas  

4 ovos 

2 xícaras (chá) de açúcar 

2 e 1/2 xícaras (chá) de farinha de trigo 

1 colher (sopa) de fermento em pó 

COBERTURA

1 colher (sopa) de manteiga 

3 colheres (sopa) de chocolate em pó 

1 xícara (chá) de açúcar 

1 xícara (chá) de leite 

MODO DE PREPARO

MASSA:

Em um liquidificador, adicione a cenoura, os ovos e o óleo, depois misture.

Acrescente o açúcar e bata novamente por 5 minutos.

Em uma tigela ou na batedeira, adicione a farinha de trigo e depois misture novamente.

Acrescente o fermento e misture lentamente com uma colher.

Asse em um forno preaquecido a 180° C por aproximadamente 40 minutos.

COBERTURA:

Despeje em uma tigela a manteiga, o chocolate em pó, o açúcar e o leite, depois misture.

Leve a mistura ao fogo e continue misturando até obter uma consistência cremosa, depois despeje a calda por cima do bolo.

Disponível em: <https://www.tudogostoso.com.br/receita/23-bolo-de-cenoura.html>

APÊNDICE F

ROTEIRO PRIMEIRO DIA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: A HISTÓRIA E NOÇÃO DE FRAÇÃO

1. Situações-problema envolvendo o processo de divisão.

a) Tenho 9 maçãs e quero dividi-las igualmente para 3 crianças. Com quantas maçãs cada criança ficará?

b) Anna tem 12 balas e vai distribuir para suas 4 amigas a mesma quantidade. Quantas balas cada amiga receberá?

c) Felipe tinha 10 figurinhas. Deu a metade para seu irmão. Quantas figurinhas Felipe tem agora?

2. Dobradura e registro de fração.

a) círculo 1:

- dobrar de maneira que fique dividido em duas partes iguais;
- escrever $\frac{1}{2}$ em cada parte.
- colar na folha de papel almaço.

b) quadrado 1 (7cm por 7cm):

- dobrar de maneira que fique dividido em duas partes iguais, formando dois retângulos.
- escrever $\frac{1}{2}$ em cada parte.
- colar na folha de papel almaço.

c) quadrado 2 (7cm por 7cm):

- dobrar de maneira que fique dividido em duas partes iguais, formando dois triângulos.
- escrever $\frac{1}{2}$ em cada parte.
- colar na folha de papel almaço.

d) retângulo 1 (7cm por 2,5cm):

- dobrar de maneira que fique dividido em três partes iguais, formando três quadrados menores.

- escrever $\frac{1}{3}$ em cada parte.

- colar na folha de papel almaço.

e) círculo 2 (5cm de diâmetro):

- dobrar de maneira que fique dividido em quatro partes iguais, formando dois retângulos.

- escrever $\frac{1}{4}$ em cada parte.

- colar na folha de papel almaço.

f) quadrado 2 (7cm por 7 cm):

- dobrar de maneira que fique dividido em quatro partes iguais, formando quatro quadrados menores.

- escrever $\frac{1}{4}$ em cada parte.

- colar na folha de papel almaço.

g) quadrado 3 (7cm por 7 cm):

- dobrar de maneira que fique dividido em duas partes iguais, formando dois triângulos e depois dobrar novamente formando quatro triângulos menores.

- escrever $\frac{1}{4}$ em cada parte.

- colar na folha de papel almaço.

h) círculo 3 (5cm de diâmetro):

- dobrar de maneira que fique dividido em duas partes iguais, dobrar mais duas vezes formando quatro quadrados menores.

- escrever $\frac{1}{6}$ em cada parte.

- colar na folha de papel almaço.

i) retângulo 2 (7cm por 5cm):

- dobrar de maneira que fique dividido em duas partes iguais, formando dois retângulos menores e depois dobrar ao meio mais duas vezes, formando ao final 8 partes iguais.

- escrever $\frac{1}{8}$ em cada parte.

- colar na folha de papel almaço.

APÊNDICE G

ROTEIRO SEGUNDO ENCONTRO DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: A HISTÓRIA DAS FRAÇÕES

1. Relatar a história das frações.

2. Registrar no quadro o conceito de fração.

3. Representação geométrica e escrita da fração.

a) Desenhe um círculo, divida em quatro partes iguais e pinte $\frac{3}{4}$ desse círculo. Escreva a fração na forma $\left(\frac{a}{b}, com\ b\ \neq 0\right)$, indique o numerador e o denominador.

b) Desenhe um retângulo, divida em seis partes iguais. Pinte $\frac{2}{6}$ desse quadrado. Indique o numerador e o denominador.

4. Leitura de frações

APÊNDICE H

ROTEIRO TERCEIRO ENCONTRO DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: CONCEITO E LEITURA DE FRAÇÕES

1. Escreva com suas palavras: o que é fração? O que é o numerador? O que é o denominador?

2. Leitura e escrita de frações. Cada estudante vai até a lousa, registra uma fração na forma $\left(\frac{a}{b}, com\ b\ \neq 0\right)$, os demais fazem a leitura oral e todos registram no papel almaço.

APÊNDICE I

ROTEIRO QUARTO ENCONTRO DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: AS FRAÇÕES E SEU USO EM SITUAÇÕES DA VIDA DIÁRIA

1. Apresentar aos alunos os diferentes objetos domésticos: diferentes jarras e uma jarra com marcador de capacidade, copos medidores utilizados em receitas, diferentes copos com diferentes capacidades em mL e relógio analógico.

2. Demonstrar para os alunos perceberam o uso das frações em situações da vida diária, os seguintes objetos: uma jarra com água; uma jarra com marcador de capacidade com um litro de água:

a) Esse litro de água será dividido em quantidades iguais de água em diferentes copos de água, para que o estudante consiga perceber e relacionar.

b) Um litro pode ser dividido em dois copos com 500 mL ou dois copos de 500mL podem encher uma jarra com 1 L.

c) Um litro pode ser dividido em quatro copos com 250 mL ou quatro copos de 250mL podem encher uma jarra com 1 L.

d) Um litro pode ser dividido em dez copos com 100 mL ou dez copos de 100 mL podem encher uma jarra com 1 L.

e) Apresentar o relógio analógico aos estudantes, relembrando-os como é possível ler as horas.

f) Desenhar na lousa um relógio e delimitar com linhas a compreensão de que:

g) Uma hora pode ser dividida em duas partes iguais e cada parte corresponde a 30 minutos, ou seja, $\frac{1}{2}$ hora.

h) Uma hora pode ser dividida em quatro partes iguais e cada parte corresponde a 15 minutos, ou seja, $\frac{1}{4}$ de horas.

i) Uma hora pode ser dividida em quatro partes iguais e cada parte corresponde a 20 minutos, ou seja, $\frac{1}{3}$ de horas.

j) Para os alunos registrarem por escrito, após a apresentação e explicação do uso de frações no contexto da vida diária:

k) Com um litro de água é possível encher dois copos de 500 mL. Qual é a fração que representa cada copo?

l) Com um 1 de água é possível encher 10 copos de 100 mL. Qual é a fração que representa três copos? Quantos ml haverá em 3 copos?

m) Que fração de hora representa 15 minutos?

n) Quantos minutos há em $\frac{3}{4}$ de horas?

APÊNDICE J

ROTEIRO QUINTO DIA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: FRAÇÃO PRÓPRIA, FRAÇÃO IMPRÓPRIA E FRAÇÃO APARENTE

1. Escreva com suas palavras o que você entendeu sobre:

a) Fração própria

b) Fração imprópria

c) Fração aparente

2. Classifique a fração:

a) Cada estudante receberá uma parte do sulfite (uma folha dividida em 8 partes iguais na frente dos estudantes, durante o andamento da aula).

b) Escreva uma fração na forma $\frac{a}{b}$ com $b \neq 0$.

c) Cada estudante dirige-se até a frente da turma, mostra a fração escrita por ele, todos fazem a leitura oralmente e classificam em fração própria, imprópria ou aparente.

d) Fixar na lousa o painel, conforme modelo abaixo.

Fração própria	Fração imprópria	Fração aparente

3. Bingo das frações próprias, impróprias ou aparente.

APÊNDICE K

BINGO DAS FRAÇÕES

CARTELAS PARA O BINGO E FICHAS PARA LEITURA DE FRAÇÃO

Peças do jogo: cartelas e fichas

Regras para o jogo:

Cada estudante recebe uma cartela.

O professor terá em mãos fichas com a escrita de algumas frações.

Como jogar:

O professor embaralha as fichas.

Retira uma ficha e realiza a leitura.

O aluno precisa neste momento pensar na fração escrita na forma $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0 e classificá-la em fração própria ou fração aparente ou fração imprópria.

Os traços horizontais são as barras da fração.

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES
FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___
FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___
FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___	FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___	FRAÇÃO APARENTE ___

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___	FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___
FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___	FRAÇÃO PRÓPRIA ___
FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO APARENTE ___

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___	FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___
FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___	FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO PRÓPRIA ___
FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO PRÓPRIA ___

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO APARENTE ___
FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___
FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___	FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO PROPRIA ___
FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO APARENTE ___
FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO PRÓPRIA ___

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___
FRAÇÃO PRÓPRIA ___	FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___	FRAÇÃO APARENTE ___
FRAÇÃO IMPRÓPRIA ___	FRAÇÃO APARENTE ___	FRAÇÃO PRÓPRIA ___

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

BINGO DAS FRAÇÕES

FRAÇÃO PRÓPRIA – FRAÇÃO IMPRÓPRIA – FRAÇÃO APARENTE

FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —
FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO IMPRÓPRIA —
FRAÇÃO APARENTE —	FRAÇÃO PRÓPRIA —	FRAÇÃO APARENTE —

Fração própria: o numerador é menor que o denominador
Fração imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador
Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador

Fichas:

DOIS TERÇOS	**TRÊS TERÇOS**
QUATRO TERÇOS	**CINCO TERÇOS**
NOVE TERÇOS	**DEZ TERÇOS**
DOIS MEIOS	**CINCO MEIOS**
TRÊS MEIOS	**TRINTA TERÇOS**
QUATRO MEIOS	**SEIS TERÇOS**
ONZE TERÇOS	**UM TERÇO**
NOVE MEIOS	**DEZ MEIOS**
DOZE MEIOS	**VINTE MEIOS**
SEIS MEIOS	**UM MEIO**
ONZE MEIOS	**QUINZE MEIOS**
DOIS QUARTOS	**TRÊS QUARTOS**
QUATRO QUARTOS	**CINCO QUARTOS**
NOVE QUARTOS	**DEZ QUARTOS**
DOZE QUARTOS	**VINTE QUARTOS**
SEIS QUARTOS	**UM QUARTO**
ONZE QUARTOS	**ONZE QUARTOS**
DOIS QUINTOS	**TRÊS QUINTOS**
NOVE QUINTOS	**DEZ QUINTOS**
DOZE QUINTOS	**VINTE QUINTOS**
SEIS QUINTOS	**UM QUINTO**
ONZE QUINTOS	**TRINTA QUINTOS**
DOIS SEXTOS	**TRÊS SEXTOS**
QUATRO SEXTOS	**CINCO SEXTOS**
NOVE SEXTOS	**DEZ SEXTOS**
DOZE SEXTOS	**VINTE SEXTOS**
SEIS SEXTOS	**UM SEXTO**

ONZE SEXTOS	DEZOITO SEXTOS
DOIS SÉTIMOS	TRÊS SÉTIMOS
ONZE VINTE E DOIS AVOS	QUATRO OITAVOS
DOZE TREZE AVOS	CINCO OITAVOS
NOVE NONOS	DEZ NONOS
DEZOITO NONOS	VINTE OITAVOS
SEIS SÉTIMOS	UM OITAVO
ONZE SÉTIMOS	ONZE NONOS
DOIS DÉCIMOS	TRÊS DÉCIMOS
QUATRO MILÉSIMOS	CINCO MILÉSIMOS
UM VINTE AVOS	SEIS SETENTA AVOS
VINTE E CINCO TREZE AVOS	DOZE ONZE AVOS
DEZ TRINTA AVOS	NOVE NOVENTA AVOS
CINCO QUARENTA AVOS	QUATRO VINTE AVOS
TRÊS SESSENTA AVOS	DOIS OITAVOS
QUINZE DEZESSEIS AVOS	ONZE DEZOITO AVOS
SEIS QUINZE AVOS	UM TREZE AVOS
VINTE TREZE AVOS	DOZE VINTE E QUATRO AVOS
DEZ VINTE AVOS	NOVE VINTE E SETE AVOS
CINCO DEZESSEIS AVOS	QUATRO DEZENOVE AVOS
TRÊS DOZE AVOS	DOIS ONZE AVOS
TRINTA DÉCIMOS	ONZE CENTÉSIMOS
UM MILÉSIMO	SEIS DÉCIMOS
DOZE CENTÉSIMOS	VINTE DÉCIMOS
DEZ CENTÉSIMOS	NOVE CENTÉSIMO
QUATRO QUINTOS	CINCO QUINTOS
DOZE TERÇOS	VINTE TERÇOS

APÊNDICE L

ROTEIRO SEXTO ENCONTRO DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: FRAÇÃO IMPRÓPRIA E NÚMERO MISTO

1. Relembrar alguns conceitos:

a) Fração própria: o numerador é menor que o denominador.

b) Fração aparente: o numerador é múltiplo do denominador.

c) Fração imprópria: o numerador é maior que o denominador.

2. Acrescentar o conceito de número misto e ao mesmo tempo a ideia de adição de fração.

APÊNDICE M

ROTEIRO SÉTIMO ENCONTRO DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: CONHECENDO O NÚMERO MISTO

1. Relembrar conceitos:

a) O que é fração própria?

b) O que é fração imprópria?

c) O que é fração aparente?

d) O que é um número misto?

e) Em qual situação se utiliza um número misto?

2. Leia com atenção e depois copie:

Massa de pizza rápida e fácil

Ingredientes:

$2\frac{1}{2}$ xícaras de farinha de trigo

1 colher de sopa de fermento para pão

$\frac{3}{4}$ xícara de leite morno

$\frac{1}{4}$ xícara de óleo quente

1 pitada de sal

Modo de preparo:

1) Dissolva o fermento no leite morno, acrescente aos poucos a farinha de trigo.

2) Abra a massa e deixe descansar até crescer.

3) Asse por 15 minutos antes de colocar o molho e o recheio.

http://www.tudogostoso.com.br/receita/51064-massa-de-pizza-rapida-e-facil.html

3. Colora de vermelho o número misto que aparece na receita e desenhe os ingredientes solicitados na receita.

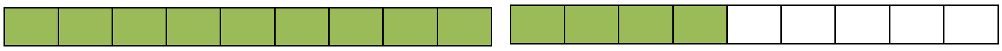
4. Escreva como se lê:

a) $3\frac{1}{4}$:

b) $10\frac{1}{5}$:

c) $6\frac{5}{7}$:

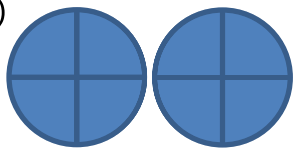
5. Escreva a fração imprópria e o número misto representado na figura:

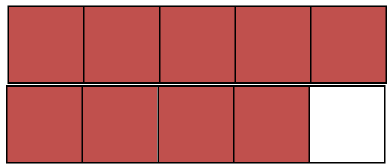


APÊNDICE N

ROTEIRO OITAVO ENCONTRO DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: NÚMERO MISTO

1. Observe as figuras abaixo e escreva o número misto que as representam:

a) 

b) 

2. Transforme a fração imprópria em um número misto:

a) $\frac{5}{2}$ = b) $\frac{7}{3}$ = c) $\frac{18}{5}$ = d) $\frac{12}{7}$=

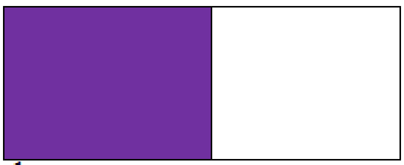
3. Transforme o número misto em fração imprópria:

a) $2\cdot\frac{1}{3}$ = b) $3\cdot\frac{2}{5}$ = c) $4\cdot\frac{1}{3}$ = d) $5\cdot\frac{2}{7}$ = e) $1\frac{3}{10}$ =

4. Escreva a quantidade de maçãs nas formas fracionária e mista:

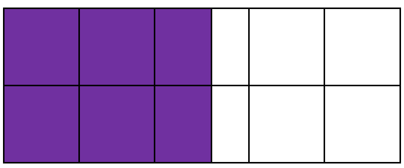
5. Fração equivalente: iniciar o conceito de fração equivalente

Apresentar aos alunos três figuras do mesmo tamanho e com o mesmo formato:



$\frac{1}{2}$

$\frac{2}{4}$



Duas ou mais frações que representam a mesma parte do inteiro são chamadas frações equivalentes.

Quando se multiplica ou divide o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero, sempre se obtém uma fração equivalente.

APÊNDICE O

ROTEIRO NONO ENCONTRO DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: FRAÇÃO EQUIVALENTE

1. Maria comeu dois quartos de uma barra de chocolate e João comeu um meio da mesma barra de chocolate. Quem comeu mais?

2. Construir com os alunos uma tabela para representar frações equivalentes:

<table>
<tr><td colspan="12">1</td></tr>
<tr><td colspan="6">$\frac{1}{2}$</td><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td colspan="4">$\frac{1}{3}$</td><td colspan="4"></td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td colspan="3">$\frac{1}{6}$</td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{12}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

3. Cada estudante recebe dois círculos de 0,055 cm de diâmetro e dois retângulos com dimensões de 0,05 cm por 0,075 cm.

a) O primeiro círculo, dobre ao meio.

b) Pinte uma parte do círculo.

c) Escreva a fração que representa esta parte (a metade).

d) O segundo círculo dobram três vezes ao meio. Pintam quatro partes.

4. Mostrar quatro bolos inteiros.

a) O primeiro cortar no meio e perguntar aos alunos:

b) O bolo foi dividido em quantas partes iguais?

c) Qual é a fração que representa esta parte (aponta para uma parte do bolo)?

d) Esta fração é uma fração própria, imprópria ou aparente?

e) Pega o segundo bolo.

f) Agrupa-se um bolo inteiro mais uma metade do bolo anterior.

g) Pergunta: Pode-se dizer que esta situação representa um número misto?

h) Se cortar o segundo bolo ao meio e comparar com o primeiro, tem-se uma fração equivalente? E agora, se cortar novamente, fica-se com quatro partes iguais. Ainda há a fração equivalente?

i) Pega o terceiro bolo e corta-o em seis partes iguais.

j) Pergunta: Qual é a fração que representa esta parte? (aponta para uma fatia do bolo).

k) Pega o último bolo e corta-o em oito partes iguais.

l) Pergunta: Qual é a fração que representa esta parte? (aponta para uma fatia).

m) Se pegar dois pedaços de bolo, qual é a fração que representa esta parte?

n) Pode-se dizer que quatro pedaços deste bolo, é o mesmo que este? (aponta para o bolo cortado em quatro partes – segundo bolo) Eles são equivalentes?

5. Degustação dos bolos.

6. Registrar no papel almaço: O que você entendeu da atividade com o bolo?

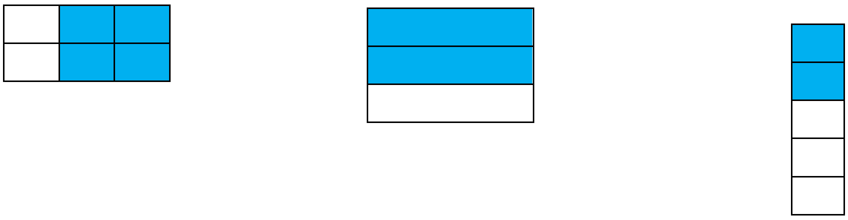
APÊNDICE P

ROTEIRO ATIVIDADE DIAGNÓSTICA FINAL

1. O que é uma fração?

2. Escreva uma fração e indique o numerador e o denominador.

3. Em quais figuras a parte pintada de azul corresponde à fração $\frac{2}{3}$? Circule a figura correta.

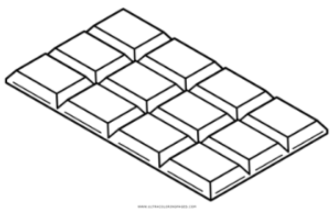


4. Maria comprou 30 rosas e distribuiu essas rosas em quantidades iguais em 6 vasos. Qual é a fração que representa as rosas de cada vaso?

5. Quantos copos de 250 ml são necessários para encher uma jarra com capacidade para 1 litro? Qual é a fração que representa 250 ml?

6. Um dia corresponde a 24 horas. Três horas representa que fração do dia?

7. Gabriele comprou uma barra de chocolate e comeu 3 pedacinhos. Pinte a parte de chocolate que Gabriele comeu. Qual é a fração que representa o chocolate que Gabriele comeu?



8. O que é uma fração própria? Escreva ou desenhe um exemplo.

9. $\frac{9}{3}$ é uma fração aparente? Por quê?

10. O que é uma fração imprópria? Escreva ou desenhe um exemplo.

11. Escreva a fração imprópria e o número misto representado na figura.

12. O que é um número misto? Escreva uma qual situação em que utilizamos o número misto.

13. Transforme a fração $\frac{12}{5}$ em um número misto.

14. Transforme o número $3\frac{2}{7}$ em uma fração imprópria.

15. O que é uma fração equivalente? Escreva ou desenhe um exemplo.

16. Aline e Joice foram a uma pizzaria. Aline comeu $\frac{1}{2}$ de uma pizza e Joice comeu $\frac{4}{8}$ da mesma pizza. Quem comeu mais? O que há em comum entre as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{8}$?

ANEXO A

CONTEÚDOS MATEMÁTICOS PREVISTOS PARA O ENSINO FUNDAMENTAL ANOS INICIAIS DA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA

1º ANO

1º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Classificação; * Seriação; * Sequenciação; * Relação entre quantidades: * um, nenhum, algum, todo, muito e pouco, o que tem mais, o que tem menos e o que tem a mesma quantidade; * o que tem um a mais (sucessor), o que tem um a menos (antecessor); * Correspondência um a um; * Contagens (ascendente e descendente); * Agrupamentos de 2 em 2, 3 em 3; * Relação entre número e numeral; * Registro de quantidades; * Registro pictográfico sobre o controle de quantidades; * OPERAÇÕES: * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Ideia de juntar quantidades para formar uma quantidade maior; * Ideia de tirar quantidade de uma quantidade maior (subtração- ideia subtrativa); * Ideia de acrescentar quantidade para formar uma quantidade dada (subtração – ideia aditiva); * Ideia de comparar agrupamentos para que fiquem com a mesma quantidade (subtração – ideia comparativa).	* Tempo; * Cedo e tarde; * Dia e noite; * Antes, durante e depois; * Manhã e tarde; * Ontem, hoje e amanhã. * Calendário: dia, semana, mês, ano – construção do calendário; * Sequencia temporal: logo, após, antes, depois, pouco e agora. *COMPRIMENTO * Relação de tamanho (maior/menor), distância (longe/perto), altura (alto/baixo), comprimento (curto/comprido), largura (estreito/largo), espessura (grosso/fino); * Leve e pesado; * CAPACIDADE * Cheio e vazio.	* A criança e o espaço; * Exploração e localização espacial: dentro, fora, vizinhança, fronteira, atrás, na frente, em cima, embaixo, à direita, à esquerda (com identificação), entre e no meio, ao lado, abaixo, em cima, embaixo, em frente, atrás, próximo e distante; * Observação e representação do espaço em que vive; * Pontos de referência para a localização na sala de aula.	* Cedo e tarde; * Função social do número como código da formação; * Utilização de números no contexto diário; * História dos números.

2º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Classificação; * Seriação; * Sequenciação; Relação entre quantidades: * Um, nenhum, algum, todo, muito e pouco, o que tem mais, o que tem menos e o que tem a mesma quantidade; * o que tem um a mais (sucessor), o que tem um a menos (antecessor); * Correspondência um a um; * Contagens (ascendente e descendente); * Agrupamentos de 2 em 2, 3 em 3; * Relação entre número e numeral; * Registro de quantidades; * Registro pictográfico sobre o controle de quantidades; * Apresentação dos numerais a partir da representação pictográfica das quantidades. * OPERAÇÕES: * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Ideia de juntar quantidades para formar uma quantidade maior; * Ideia de tirar quantidade de uma quantidade maior (subtração- ideia subtrativa); * Ideia de acrescentar quantidade para formar uma quantidade dada (subtração – ideia aditiva); * Ideia de comparar agrupamentos para que fiquem com a mesma quantidade (subtração – ideia comparativa).	* Tempo; * Cedo e tarde; * Dia e noite; * Antes, durante e depois; * Manhã e tarde; * Ontem, hoje e amanhã. * Calendário: dia, semana, mês, ano – construção do calendário; * Sequência temporal: logo, após, antes, depois, pouco e agora. * COMPRIMENTO * Relação de tamanho (maior/menor), distância (longe/perto), altura (alto/baixo), comprimento (curto/comprido), largura (estreito/largo), espessura (grosso/fino). * MASSA * Leve e pesado; CAPACIDADE * Cheio e vazio.	* Criança e o espaço: * Exploração e localização espacial: dentro, fora, vizinhança, fronteira, atrás, na frente, em cima, embaixo, à direita, à esquerda (com identificação), entre e no meio, ao lado, abaixo, em cima, embaixo, em frente, atrás, próximo e distante; * Observação e representação do espaço em que vive; * Pontos de referência para a localização na sala de aula.	* Cedo e tarde; * Função social do número como código da formação; * Utilização de números no contexto diário; * História dos números; * Coleta e organização de informações, através de pesquisas simples.
3º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Registro de quantidades * Leitura e escrita de numerais;	* VALOR	* Criança e o espaço:	* Organização de tabelas

* Composição e decomposição de quantidades até 10 (tendo como referência o desenho); * Ordem crescente e decrescente; * Formação de dezena (tendo como referência o desenho). * OPERAÇÕES: * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Registro pictográfico sobre o controle de quantidades; * Símbolos +, - e =; * Estimativas e cálculo mental sobre o controle de quantidade; * Utilização de estratégias pessoais; * Registro pictográfico sobre o controle de quantidades.	* Identificação e uso de cédulas e moedas; * Sistema monetário vigente; * COMPRIMENTO * Medidas arbitrárias (utilização de objetos para medir: lápis, estojo, partes do corpo como pé, passo, palmo e outros); * MASSA * Medidas arbitrárias (caneco, caixas, conchas, pitadas e outras). *CAPACIDADE *Medidas arbitrárias (xícara, colher, copo, balde entre outros).	* Semelhanças e diferenças entre as formas geométricas encontradas na natureza, nos objetos construídos pelo homem; * Representação tridimensional de objetos (massinha, argila, sucata entre outros); * Classificação dos sólidos geométricos de acordo com sua superfície: plana (não rolam) e arredondadas (rolam); * Planificação dos sólidos – montagem e desmontagens de embalagens; * Classificação das figuras planas: quadrados, retângulos, triângulos e círculos.	simples e quadros; * Construção de gráficos de barras ou colunas com uso de legendas produzidas pelos alunos (a partir de desenhos).
4º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Registro de quantidades * Leitura e escrita de numerais; * Composição e decomposição de quantidades até 10 (tendo como referência o desenho); * Ordem crescente e decrescente; * Formação de dezena (tendo como referência o desenho). * OPERAÇÕES: * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Registro pictográfico sobre o controle de quantidades; * Símbolos +, - e =; * Estimativas e cálculo mental sobre o controle de	* VALOR * Identificação e uso de cédulas e moedas; * Sistema monetário vigente. * COMPRIMENTO * Medidas arbitrárias (utilização de objetos para medir: lápis, estojo, partes do corpo como pé, passo, palmo e outros). * MASSA	* Criança e o espaço: * Semelhanças e diferenças entre as formas geométricas encontradas na natureza, nos objetos construídos pelo homem; * Representação tridimensional de objetos (massinha, argila, sucata entre outros); * Classificação dos sólidos	* Organização de tabelas simples e quadros; * Construção de gráficos de barras ou colunas com uso de legendas produzidas pelos alunos (a partir de desenhos).

quantidade; * Utilização de estratégias pessoais; * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Ideia de repartição de grupo com a mesma quantidade; * Raciocínio combinatório, com tabela de dupla entrada; * Ideia de repartir quantidade para que cada grupo fique com a mesma quantidade (divisão – ideia repartitiva); * Ideia de realizar subtrações sucessivas de uma mesma quantidade (divisão – ideia subtrativa); * Estimativa e cálculo mental sobre o controle de quantidade; * Utilização de estratégias pessoais; * Registro pictográfico sobre o controle de quantidades.	* Medidas arbitrárias (caneco, caixas, conchas, pitadas e outras).	geométricos de acordo com sua superfície: plana (não rolam) e arredondadas (rolam); * Planificação dos sólidos – montagem e desmontagens de embalagens; * Classificação das figuras planas: quadrados, retângulos, triângulos e círculos.	

2º ANO

1º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Classificação; * Seriação; * Sequenciação; * Relação entre quantidades * Um, nenhum, alguns, todos, muito, pouco, mais, menos, mesma quantidade; * Sucessor e antecessor; * Par e ímpar; * Igualdade e desigualdade * Ordem crescente e decrescente; * Contagem de 1 em 1, 2 em 2, 3 em 3 e etc.; * Sistema de Numeração Decimal: contagens, agrupamentos e trocas. * OPERAÇÕES: * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Ideia de juntar quantidades para	* Tempo; * Dia, semana, mês, ano, construção do calendário; * Sequência temporal: logo após, antes, depois, pouco e agora. * VALOR * Identificação e uso de cédulas e moedas; * Sistema monetário vigente; * Compra, venda e troca; * Composição e decomposição de valores.	* Exploração e localização do espaço utilizando o próprio corpo como referência; * Localização de pessoa ou objeto no espaço com base em diferentes pontos de referência e com indicação de posição e com o sentido de direção; * Semelhanças e diferenças entre as formas geométricas encontradas na natureza e nos objetos construídos pelo homem.	* Função social do número como código da formação; * Utilização de números no contexto diário; * História dos números.

formar uma quantidade maior; * Ideia de tirar quantidade de uma quantidade maior (subtração- ideia subtrativa). * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Ideia de repartição de grupo com a mesma quantidade; * Raciocínio combinatório; * Noção de dobro;			
2º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Sistema de numeração decimal: contagens, agrupamentos e trocas, formação de dezena e centena; * Instrumento de marcação do valor posicional: ábaco. * Relação entre número e numeral * Registro de quantidades, utilizando-se das classes numéricas: unidades, dezena e centena; * OPERAÇÕES * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Ideia de acrescentar quantidade para formar uma quantidade dada (subtração – ideia comparativa); * Ideia de comparar agrupamentos para que fiquem com a mesma quantidade (subtração-ideia comparativa); * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Ideia de repartir quantidade para que cada grupo fique com a mesma quantidade (divisão-ideia repetitiva); * Ideia de realizar subtrações	* COMPRIMENTO * Relação de tamanho, distância, altura, comprimento, largura, espessura; * Medidas arbitrárias (utilização de objetos para medir: lápis, estojo, etc.; utilização das partes do corpo pé, passo, palmo e outros); * Necessidades de unidade padrão: metro; * Instrumento de medida: metro, trena;	* Classificação dos sólidos geométricos e das figuras planas; * Semelhanças entre os sólidos geométricos (tridimensional) e figuras planas (bidimensional), comparação entre cubos e quadrados, paralelepípedo e retângulo, esfera e círculo.	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revista; * Coleta e organização de informações.

sucessivas de uma mesma quantidade (divisão-ideia subtrativa);			
3º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Registro de quantidades Valor posicional (composição e decomposição); * OPERAÇÕES: * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Registro pictográfico sobre o controle de quantidades; * Símbolos **+,- e =**; * Estimativas e calculo mental sobre o controle de quantidade; * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Ideia de realizar subtrações sucessivas de uma mesma quantidade (divisão - ideia subtrativa); * Noção de metade.	* MASSA * Necessidade de unidade padrão: quilograma; * Instrumento de medida: balança; * Medidas arbitrárias (xícara, caixas, conchas, pitada e outros); Situações em que se mede.	* Classificação das figuras planas: quadrado, triângulo, retângulo e círculo; * Composição e decomposição de formas geométricas.	* Elaboração de ficha de identificação (altura, idades, peso entre outros); * Organização de tabelas simples e quadros.
4º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Registro de quantidades; * Números ordinais: estabelecimento de relações entre quantidades (cardinal e ordinal). * OPERAÇÕES: * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Números ordinais: estabelecimento de relações entre quantidades (cardinal e ordinal); * Algoritmo da adição e subtração;	* CAPACIDADE * Medidas arbitrárias (xícara, colher, copo, lata vazia–simular o litro, entre outros); * Situações em que se mede; * Necessidade de unidade padrão – litro; Instrumento de medida: litro; * TEMPERATURA * Quente, frio, morno; Instrumento de medida: termômetro.	* Planificação dos sólidos geométricos; * Simetria; * Linhas: curvas, retas diagonal.	* Construção de gráficos de barras ou colunas com uso de legendas produzidas pelos escolares (a partir de desenhos); * Bases dos conceitos probabilísticos: jogo de dados.

* Adição com reserva; * Subtração com recurso; * Utilização da calculadora. * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Estimativa e calculo mental sobre o controle de quantidade; * Utilização de estratégias pessoais; * Registro pictográfico sobre o controle de quantidades; * Símbolos **x e :** ; Utilização da calculadora.			

3º ANO

1º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Relação entre quantidades: * Sucessor e antecessor; * Par e ímpar; * Igualdade e desigualdade; * Ordem crescente e decrescente; * Agrupamentos. * OPERAÇÕES * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Decomposição de escritas numéricas para realização de cálculos envolvendo adição e subtração. * Estimativas e calculo mental sobre o controle de quantidades; * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO	* Tempo; * Dia, semana, mês, bimestre, trimestre, semestre e ano; * Construção do calendário; * Sequência temporal: logo após, antes, depois, pouco e agora; * Uso do relógio (analógico e digital): hora, minuto e segundo; * Medida padrão: hora; * VALOR * Sistema monetário brasileiro; * Identificação e uso de cédulas e moedas; * Composição e decomposição de valores.	* Localização de um objeto ou pessoa no espaço pela análise de maquete, esboços, croquis, mapas; * Classificação dos sólidos geométricos de acordo com a superfície: planas (não rolam e arredondadas (rolam).	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; * Coleta e organização de informações; Organização de tabelas simples e quadros; * Construção de gráficos de barras ou colunas com uso de legendas; * Interpretação dos dados apresentados na tabela e nos gráficos. **Obs: esses conteúdos**

* Estratégias pessoais para a realização de multiplicação e divisão (utilização de desenhos); * Decomposição de escritas numéricas para realização de cálculos envolvendo multiplicação e divisão.			**devem ser trabalhados durante o ano letivo.**
2º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Registro de quantidades diferentes possibilidades de registro e os símbolos numéricos; * Sequência numérica (unidade, dezena, centena, milhar); * Leitura e escrita de números; * Seriação numérica: contagem de 2 em 2, 3 em 3, 4 em 4, etc. * OPERAÇÕES * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Utilização de estratégias pessoais; * Construção do algoritmo da adição e subtração (tanto na horizontal quanto na vertical); * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Construção dos algoritmos; * Multiplicação por algarismo;	* COMPRIMENTO * Medidas arbitrárias (palmo, pés, passos); * Unidade padrão: metro; * Múltiplos e submúltiplos: centímetro, decímetro. * MASSA Medidas arbitrárias: polegada, pé, palmo, etc; * Unidade padrão: quilograma.	* Planificação dos sólidos geométricos através dos contornos das faces; * Semelhanças e diferenças entre os sólidos geométricos (tridimensional) e figuras planas (bidimensional), comparação entre cubos e quadrados, paralelepípedo e retângulo, esfera e círculo.	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; * Coleta e organização de informações; * Organização de tabelas simples e quadros; * Construção de gráficos de barras ou colunas com uso de legendas; * Interpretação dos dados apresentados na tabela e nos gráficos. **Obs: Esses conteúdos devem ser trabalhados durante o ano letivo.**

3º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Calculo mental; * Números ordinais: estabelecimento de relações entre quantidades (cardinal e ordinal). * Números romanos: necessidade de utilização dos números romanos; * OPERAÇÕES ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Subtração com recurso; * Símbolos **x e :** ; * Utilização da calculadora. * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Cálculo de dobro, triplo e quádruplo; * Estimativas e calculo mental sobre o controle de quantidade; * Divisão por um algarismo; * Calculo de metade, terça parte e quarta parte (bases de conceito de fração).	* TEMPERATURA: * Quente, frio, morno; * Necessidade de unidade padrão: grau Celsius (ºc); * Registro por meio de desenho para expressar o resultado das medidas.	* Simetria; * Linha: curvas, retas: diagonal e paralela.	Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; Coleta e organização de informações; Organização de tabelas simples e quadros; Construção de gráficos de barras ou colunas com uso de legendas; Interpretação dos dados apresentados na tabela e nos gráficos. **Obs: Esses conteúdos devem ser trabalhados durante o ano letivo.**

4º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Cálculo mental; * Números ordinais: estabelecimento de relações entre quantidades (cardinal e ordinal); * Números romanos: necessidade de utilização dos números romanos; * OPERAÇÕES * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Subtração com recurso; * Símbolos **x e :**; * Utilização da calculadora. * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Cálculo de dobro, triplo e quádruplo; * Estimativas e calculo mental sobre o controle de quantidade; * Divisão por um algarismo; * Calculo de metade, terça parte e quarta parte (bases de conceito de fração).	* Temperatura: * Quente, frio, morno; * Necessidade de unidade padrão: grau Celsius (ºc); * Registro por meio de desenho para expressar o resultado das medidas.	* Simetria * Linha: curvas, retas: diagonal e paralela.	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; * Coleta e organização de informações; * Organização de tabelas simples e quadros; * Construção de gráficos de barras ou colunas com uso de legendas; * Interpretação dos dados apresentados na tabela e nos gráficos. **Obs: Estes conteúdos devem ser trabalhados durante o ano letivo.**

4º ANO

1º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Relação entre quantidades: * Sucessor e antecessor; * Par e ímpar; * Igualdade e desigualdade; * Ordem crescente e decrescente; *Agrupamento; * Registro de quantidade: diferentes possibilidades de registros e símbolos numéricos: * Leitura e escrita de números; * Sequência numérica respeitando as características do sistema de numeração decimal (unidade, dezena, centena, unidade de milhar...). * OPERAÇÕES * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Decomposição de escritas numéricas para a realização de cálculos envolvendo adição e subtração; * Estimativas e calculo mental sobre o controle de quantidades; * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Estratégias pessoais para a realização de multiplicação e divisão (utilização de desenhos); * Decomposição de escritas numéricas para a realização de cálculos envolvendo multiplicação e divisão.	* TEMPO * Duração e sequência temporal (hora, minuto, segundo; semana, quinzena, mês, bimestre, trimestre, semestre, ano, década e século); * Fracionamento de medidas de tempo; * Medida padrão: hora. * VALOR * Relação com o sistema de numeração decimal; * Leitura e escrita de valores na forma decimal; * Identificação e uso de cédulas e moedas - Sistema Monetário Brasileiro; * Composição e decomposição de valores	* Semelhança e diferença entre os sólidos geométricos (tridimensional) e figuras planas (bidimensional), comparação entre cubos e quadrados, paralelepípedo e retângulo, esfera e círculo; * Classificação de figuras planas: quadrado, retângulo, triangulo, círculo, trapézio, losango e paralelogramo;	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; * Coleta e organização de informações; * Organização de tabela simples e quadros; * Construção de gráficos de barras ou colunas com o uso de legendas; * Apresentação dos dados por meio de histogramas; Interpretação de dados apresentadas nas tabelas e nos gráficos; * Coleta e organização de informações; Reta numérica. Esquemas. **Obs: esses conteúdos deverão ser trabalhados durante o ano letivo.**

2º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Sequência numérica respeitando as características do sistema de numeração decimal (unidade, dezena, centena, unidade de milhar...); * Contagem de 1 em1, 2 em 2, 3 em 3, etc; * Valor posicional: agrupamentos e trocas – formação de dezena, centena e unidade de milhar (utilização do material dourado); * Composição e decomposição de numerais; * Dúzia; * Cálculo mental e aproximado; * Números ordinais: relação entre cardinalidade e ordinalidade; * OPERAÇÕES * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Utilização de estratégias pessoais; * Construção do algoritmo; * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Construção dos algoritmos; * Multiplicação de 0 a 9 por 6, 7, 8 e 9 de modo a identificar a regularidade permitindo a memorização.	* COMPRIMENTO: * Medidas arbitrárias; * Medidas padrão: metro; * Múltiplos e submúltiplos; * Conversão de medidas; * Perímetro; * MASSA: * Medidas arbitrárias; * Medida padrão: metro; * Arroba e tonelada; * Múltiplos e submúltiplos.	* Planificação dos geométricos; * Construção de sólidos geométricos.	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; * Coleta e organização de informações; * Organização de tabela simples e quadros; * Construção de gráficos de barras ou colunas com o uso de legendas; * Apresentação dos dados por meio de histogramas; Interpretação de dados apresentadas nas tabelas e nos gráficos; * Identificação e leitura de código de barras; * Coleta e organização de informações; * Reta numérica; * Esquemas. **Obs: esses conteúdos deverão ser trabalhados durante o ano letivo**

3º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Números Romanos. * Conceitos envolvidos no sistema de numeração romano; * Diferença entre o sistema de numeração romano e o sistema de numeração decimal; * Representação na reta numérica: Limites do número natural para o controle de quantidade; * Números racionais não negativos: decimais, fracionários; * Representação, leitura e escrita. * OPERAÇÕES * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Adição com duas ou mais parcelas; * Adição com reserva; * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Multiplicação por dois algoritmos; * Divisão por dois algarismos;	* CAPACIDADE * Medidas arbitrárias; * Medida padrão: litro; * Múltiplos e submúltiplos; * VOLUME * Medidas arbitrárias: (caixinha de fósforo, material dourado, entre outros);	* Identificação do número de faces de um sólido geométrico e do número de lados de um polígono; * Construção do conceito de polígono; * Figuras geométricas espaciais: cubo, esfera, cilindro, cone, prisma, pirâmide, paralelepípedo;	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; * Coleta e organização de informações; * Organização de tabela simples e quadros; * Construção de gráficos de barras ou colunas com o uso de legendas; * Apresentação dos dados por meio de histogramas; * Interpretação de dados apresentadas nas tabelas e nos gráficos; * Identificação e leitura de código de barras; * Coleta e organização de informações; * Reta numérica; * Esquemas. **Obs: esses conteúdos deverão ser trabalhados durante o ano letivo.**

4º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* O uso das frações e a sua relação com os números racionais; * Relações entre frações do inteiro: parte maior, parte menor, partes iguais; * Equivalência de frações; * Comparação de frações; * Números decimais relacionados ao Sistema Monetário Brasileiro; * OPERAÇÕES *ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Decomposição de escritas numéricas para a realização de cálculos envolvendo adição e subtração; * Estimativas e cálculo mental sobre o controle de quantidades; * Utilização de estratégias pessoais; * Construção do algoritmo; * Adição com duas ou mais parcelas; * Adição com reserva. * Subtração com recurso; * Adição e subtração com números racionais não negativos (fracionários e decimais); * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Cálculo de dobro, triplo e quádruplo; * Cálculo de metade, terça parte e	* TEMPERATURA * Necessidade de unidade padrão: grau Celsius (ºc); * Registro por meio de desenho para expressar o resultado das medidas.	* Planta baixa; * Simetria; * Linhas; * Curvas, retas: diagonal, paralela e perpendicular.	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; * Coleta e organização de informações; * Organização de tabela simples e quadros; * Construção de gráficos de barras ou colunas com o uso de legendas; * Apresentação dos dados por meio de histogramas; * Interpretação de dados apresentadas nas tabelas e nos gráficos; * Identificação e leitura de código de barras; * Coleta e organização de informações; * Reta numérica; * Esquemas. **Obs: esses conteúdos deverão ser trabalhados durante o ano letivo.**

quarta parte (bases de conceito de fração); * Multiplicação e divisão envolvendo números racionais não negativos: decimais. * Divisão por estimativa e pelo processo breve.			

5º ANO

1º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Relação entre quantidades: * Sucessor e antecessor; * Igualdade e desigualdade; * Ordem crescente e decrescente; * Agrupamento; * Registro de quantidade: diferentes possibilidades de registros e símbolos numéricos: * Leitura e escrita de números; * Sequência numérica respeitando as características do sistema de numeração decimal (unidade, dezena, centena, unidade de milhar, ...). * OPERAÇÕES: * ADIÇAO E SUBTRAÇAO * Decomposição de numerais para a realização de cálculos envolvendo adição e subtração;	TEMPO * Duração, sequência e fracionamento temporal (hora, minuto, segundo; semana, quinzena, mês, bimestre, trimestre, ano, década e século); * Medida padrão: hora. * VALOR: * Relação com o sistema de numeração decimal; * Leitura e escrita de valores na forma decimal; * Identificação e uso de cédulas e moedas * Sistema monetário Brasileiro; * Composição e decomposição de valores.	* Localização e coordenadas; * Leitura de mapas; * Semelhança e diferença entre os sólidos geométricos (tridimensional) e figuras planas (bidimensional), comparação entre cubos e quadrados, paralelepípedo e retângulo, esfera e círculo; * Classificação de figuras planas: quadrado, retângulo, triângulo, círculo, trapézio, losango e paralelogramo.	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; * Coleta e organização de informações; * Organização de tabela simples e quadros; * Construção de gráficos de barras e colunas ou colunas com o uso de legendas; * Interpretação de dados apresentados nas tabelas e nos gráficos; * Identificação e leitura de código de barras; * Coleta e organização de informações;

* Estimativas e cálculo mental sobre o controle de quantidades; * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Estratégias pessoais para a realização de multiplicação e divisão (utilização de desenhos).			* Reta numérica (números naturais e fracionários). Obs: trabalhar esses conteúdos durante o ano letivo.
2º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Valor posicional: agrupamentos e trocas – formação de dezena, centena e unidade de milhar (utilização do material dourado); * Valor posicional: valor relativo e valor absoluto; * Composição e decomposição de numerais; * Cálculo mental exato e aproximado; * Números ordinais: relação entre cardinalidade e ordinalidade; * OPERAÇÕES * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Utilização de estratégias pessoais; * Construção do algoritmo; * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Construção do algoritmo;	* COMPRIMENTO * Medidas arbitrárias; * Medidas padrão: metro; * Múltiplos e submúltiplos; * Perímetro; * MASSA * Medidas arbitrárias; * Medida padrão: quilograma; * Arroba e tonelada; * Múltiplos e submúltiplos.	* Planificação dos geométricos; * Construção de sólidos geométricos; * Identificação do número de faces, arestas, vértice dos sólidos geométricos; * Figuras geométricas espaciais: cubo, esfera, cilindro, cone, prisma, pirâmide, paralelepípedo;	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; * Coleta e organização de informações; * Organização de tabela simples e quadros; * Construção de gráficos de barras e colunas ou colunas com o uso de legendas; * Interpretação de dados apresentados nas tabelas e nos gráficos; * Identificação e leitura de código de barras; * Coleta e organização de informações; * Reta numérica (números naturais e fracionários). Obs: trabalhar esses conteúdos durante o ano letivo.

3º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Números romanos * Conceitos envolvidos no sistema de numeração romano; * Diferença entre o sistema de numeração romano e o sistema de numeração decimal. * Representação na reta numérica: Limites do número natural para o controle quantidade; * Números racionais não negativos: decimais, fracionários e percentagem; * Representação, leitura e escrita; * O uso das frações e a sua relação com os números decimais; * OPERAÇÕES * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Adição com duas ou mais parcelas; * Adição com reserva. * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Multiplicação por dois algoritmos; * Divisão por dois algoritmos.	* CAPACIDADE * Medidas arbitrárias; * Medida padrão: litro; * Múltiplos e submúltiplos; * VOLUME * Medidas arbitrárias: (caixinha de fósforo, material dourado, entre outros); * Necessidade de unidade padrão – metro cúbico (m^3); * Diferença entre volume e capacidade;	* Construção de figuras geométricas planas utilizando-se de régua e esquadro; * Planta baixa; * Mosaicos;	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; * Coleta e organização de informações; * Organização de tabela simples e quadros; * Construção de gráficos de barras e colunas ou colunas com o uso de legendas; * Interpretação de dados apresentados nas tabelas e nos gráficos; * Identificação e leitura de código de barras; * Coleta e organização de informações; * Reta numérica (números naturais e fracionários). Obs: trabalhar esses conteúdos durante o ano letivo.

4º Bimestre			
Números e operações	Medidas	Geometria (espaço e forma)	Tratamento da informação
* Relação entre frações do inteiro: parte maior, parte menor, partes iguais; * Equivalência de frações; * Comparação de frações; * Relações entre as diferentes representações dos números racionais (fracionários, decimais e porcentagem); * Números decimais no processo de quantificação de medidas; * Frações mistas. * OPERAÇÕES * ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO * Subtração com recurso; * Adição e subtração com números racionais não negativos (fracionários e decimais). * MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO * Cálculo de metade, terça parte e quarta parte (bases de conceito de fração); * Cálculo de dobro, triplo e quádruplo; * Multiplicação e divisão envolvendo números racionais não negativos: decimais.	* SUPERFÍCIE: * Cálculo de área (quadrado e retângulo); * Medida padrão: metro quadrado; * Múltiplos e submúltiplos. * TEMPERATURA: * Necessidade de unidade padrão: grau Celsius (ºC); * Registro por meio de desenho para expressar o resultado das medidas.	* Simetria; * Linhas; * Curvas, retas: diagonal, paralelas e perpendiculares; * Ângulo reto, 45º e 180º.	* Leitura e interpretação de dados e informações contidas em folhetos, jornais e revistas; * Coleta e organização de informações; * Organização de tabela simples e quadros; * Construção de gráficos de barras e colunas ou colunas com o uso de legendas; * Interpretação de dados apresentados nas tabelas e nos gráficos; * Identificação e leitura de código de barras; * Coleta e organização de informações; * Reta numérica (números naturais e fracionários). Obs: trabalhar esses conteúdos durante o ano letivo.